Library of

NON MINISTRARI SED MINISTRARE.

Wellesley College.

Presented by

Prof. E. N. Horsford

No.

HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES.

ECCE LABORA ET NOLI CONTRISTARI

HISTOIRE

DES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE,
EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME VII.

DE NEWTON A EULER.

(Suite.)

PARIS,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55

1885

(Tous droits réservés.)

[illegible]

[illegible]
PA
21
M33
7

TABLE DES MATIÈRES.

ONZIÈME PÉRIODE.

(SUITE)

De NEWTON, né en 1642,
à EULER, né en 1707.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA ONZIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

(*Suite*)

LEIBNIZ (Fin.)

Procès.

Il ne nous reste plus, pour terminer la biographie de Leibniz, qu'à revenir sur la querelle que lui suscita Newton au sujet de l'invention de l'Analyse infinitésimale.

Mais nous avons assez de fois indiqué notre opinion à ce sujet ; nous croyons même avoir suffisamment motivé cette opinion par les extraits que nous avons donnés des œuvres des deux rivaux pour pouvoir nous borner à citer les principales pièces du procès, en les abrégeant lorsqu'il y aura lieu.

Quoique nous ayons déjà plusieurs fois mentionné la note insérée par Newton en 1687, dans le tome premier de ses *Principes de Philosophie naturelle*, note dans laquelle il reconnaissait les droits de Leibniz, nous croyons néanmoins devoir en reproduire ici le texte même :

« *In litteris, quæ mihi cum Geometra peritissimo, G.-G. Leibnitio, annis abhinc decem intercedebant, cum significarem, me compotem esse methodi determinandi maximas et minimas, ducendi tangentes, et similia peragendi, quæ in terminis surdis æque ac in rationalibus procederet, et litteris transpositis, hanc sententiam involventibus (data æquatione, quotcumque fluentes quantitates involvente, fluxiones invenire et vice versa) eamdem celarem; rescripsit Vir Clarissimus, se quoque in ejusmodi methodum incidisse : methodum suam communicavit, a mea vix abludentem, præterquam in verborum et notarum formulis.* »

Voici maintenant une lettre adressée par Leibniz à Newton, en 1693. Je ne vois pas pourquoi on l'a fait insérer dans le *Commercium epistolicum*, car les éloges qu'elle contient de Newton ne diffèrent en rien de ceux que Leibniz lui avait publiquement accordés dans tous ses écrits. Je la reproduis, d'abord pour montrer avec quelle facilité Leibniz obéissait toujours aux sentiments de justice qui étaient en lui; en second lieu, parce qu'elle contient, relativement à Huyghens, un passage intéressant qui, aux yeux de Leibniz, formait sans doute le but de la lettre entière, car le reste semble n'être que du remplissage.

« J'ai, dans toute occasion, publiquement dit combien les Sciences mathématiques et naturelles vous sont redevables. Vous avez admirablement agrandi la Géométrie par vos séries; mais vous avez montré dans vos *Principes* que vous possédiez aussi ce qui ne tombe pas sous l'analyse ordinaire. »

On voit que Leibniz n'avait rien de commun avec saint Thomas, car, en 1693, il ne connaissait pas encore la traduction des fameuses anagrammes, et d'ailleurs il n'avait pas très bien lu le livre des *Principes*.

« Je me suis efforcé moi-même, dans des notes sur les sommes et différences, de soumettre à l'analyse cette Géométrie que j'appelle transcendante, et la chose ne m'a pas mal réussi. »

J'accepte le mot *notes,* mais j'ajoute : *formant un ensemble très complet.*

« Mais j'attends encore de vous quelque chose de grand : c'est que vous mettiez la dernière main tant à la réduction aux quadratures des problèmes où l'on cherche à déterminer une courbe par une propriété de ses tangentes, qu'à la réduction, que je souhaite particulièrement, des quadratures aux rectifications, les lignes étant les plus simples des dimensions des figures. »

Singulière idée! mais il en vient beaucoup de semblables à Leibniz.

« Mais je souhaiterais surtout qu'après avoir pu achever la Géométrie, vous continuassiez à étudier mathématiquement la nature, comme vous avez commencé à le faire. Vous êtes certainement unique en ce genre et vous y avez accompli des travaux d'un prix immense. Il est admirable que vous ayez retrouvé les ellipses képlériennes, à l'aide seulement de l'hypothèse de l'attraction ou de la gravitation. Quoique j'incline à penser que tous ces mouvements sont effectués ou gouvernés par celui d'un fluide ambiant, ce qui est pour moi l'analogue de la gravité magnétique, cela ne retire cependant rien à la dignité et à la vérité de votre invention.

« Ce que l'illustre Huyghens a écrit sur vos découvertes, dans l'appendice de son livre *Sur les causes de la lumière et de la gravité,* vous est certainement connu, et je voudrais savoir votre sentiment à cet égard. La vérité ressortirait avec force d'un amical concours entre vous en cette matière où vous excellez l'un et l'autre.

« Comme vous avez aussi porté la plus grande lumière dans la Dioptrique en expliquant les phénomènes inexpliqués des couleurs, je voudrais savoir ce que vous pensez de l'ingénieuse explication donnée par Huyghens de la radiation, qui s'accorde si heureusement avec la loi des sinus. Huyghens m'a écrit qu'il vous avait communiqué je ne sais quels nouveaux phénomènes relativement aux couleurs. Je voudrais, en conséquence, que la raison des couleurs qu'on appelle fixes pût être déduite des apparences ; ou que l'on montrât la raison pour laquelle chaque surface est affectée, par réfraction, d'une couleur déterminée ».

Je pense que la nature de chat de Newton a dû l'empêcher de trouver un goût bien agréable à ces observations, présentées pourtant avec une si grande déférence.

« J'ai vu annoncer par les éditeurs anglais quelques livres de Mathématiques par Newton, mais j'ai douté qu'ils fussent de vous, ce que je voudrais.

« Notre Heinsius a été témoin de votre bienveillance envers moi. Quant au culte que j'ai pour vous, il ne pourrait autant l'attester que votre ancien condisciple Stepanius, aujourd'hui ambassadeur du Roi de la Grande-Bretagne près de l'Empereur.

« Je vous écris ces choses bien plus pour que vous connaissiez mon affection pour vous que pour vous détourner des travaux par lesquels vous accroissez les richesses du genre humain. »

Wallis, dans la préface du tome premier de ses œuvres, imprimée au mois d'avril 1695, dit : « Le second volume, entre autres choses, contient la *Méthode des fluxions* de Newton, semblable au *Calcul* *différentiel* de Leibniz, quoique les formes du langage soient différentes. Je la donne, dans les Chapitres XCI à XCV de mon Algèbre, d'après deux lettres adressées par Newton à Oldembourg, les 13 juin et 24 octobre 1676, pour être communiquées à Leibniz. Je change à peine quelques mots à ces lettres où Newton expose sa méthode, qu'il possédait depuis dix ans au moins. Je donne cet avertissement pour qu'on ne puisse pas avancer que je n'ai rien dit de ce calcul différentiel. »

Il n'est guère possible de douter que cette note, qui a été assez inutilement reproduite dans le *Commercium epistolicum*, n'ait été écrite par Wallis à l'instigation de Newton, qui venait de lui transmettre les copies des deux lettres en question. Mais on en trouve la preuve presque directe dans la lettre suivante adressée par Wallis à Newton, le 10 avril 1695, et qui fut aussi reproduite dans le *Commercium epistolicum* :

« Je souhaiterais que vous voulussiez faire imprimer vos deux grandes lettres du mois de juin et du mois d'octobre 1676. On m'a donné avis de Hollande que les amis que vous avez en ce pays-là souhaiteraient que quelque chose de cette nature pût être donné au public, par la raison que votre doctrine des fluxions y est fort applaudie, sous le nom de Calcul différentiel de M. Leibniz. J'ai reçu cet avis lorsque toutes les feuilles de mon livre étaient tirées, à l'exception d'une partie de la préface; ainsi, tout ce que j'ai pu faire a été, pendant que la presse se reposait, d'y insérer la préface que vous y trouverez.

« Ce n'est pas avoir de justes égards pour votre réputation, ni pour celle de la nation, que de laisser dans votre cabinet des pièces d'un très grand prix, puisqu'il pourra arriver enfin que d'autres se saisiront de la réputation qui vous est due. »

Il serait difficile, sans supposer aucun dessous de cartes, de se figurer Wallis mettant, en avril 1695, la dernière main à la publication de ses œuvres, parmi lesquelles il a inséré les deux grandes lettres de Newton, *iisdem fere verbis, saltem leviter mutatis*, et conjurant Newton, le 10 du même mois de la même année, de donner enfin ces mêmes lettres au public.

Newton a réussi à faire voter la Société Royale comme il le désirait : ainsi, sous le rapport du succès, il n'y a rien à dire; mais il aurait dû, en conscience, éviter à cette Société l'ennui d'avoir à faire semblant de se laisser prendre à des machinations aussi grotesques.

On eut le soin d'envoyer à Leibniz l'extrait de la préface, afin qu'il n'en ignorât, comme disent les huissiers; mais, naturellement, il ne connut la lettre du 10 avril que lorsqu'on eut l'impudence de l'insérer dans le *Commercium*.

Les éditeurs des *Acta Eruditorum* insérèrent bonnement dans leur journal la remarque suivante sur cette préface :

« Au reste Newton lui-même, non moins remarquable par *sa candeur* que par ses insignes mérites en Mathématiques, a reconnu publiquement, aussi bien que dans ses relations privées, que Leibniz, lorsqu'il correspondait avec lui par l'intermédiaire d'Oldembourg, c'est-à-dire il y a vingt ans ou davantage, possédait la théorie de son Calcul différentiel, celle des séries infinies, et des méthodes générales pour l'une et l'autre, ce que Wallis, parlant, dans la préface de ses œuvres, de leurs relations mutuelles, a passé sous silence, *parce, sans doute, qu'il n'en était pas suffisamment instruit* : *Quoniam de eo fortasse non satis ipsi constabat.* »

On voit que la candeur du rédacteur des *Acta Eruditorum* est au moins à la hauteur de celle qu'il accorde à Newton, car elle l'empêche de s'étonner qu'en communiquant à Wallis les lettres contenant les fameuses anagrammes, on ait soigneusement évité de transmettre aussi celle où Leibniz dévoilait les principes de son calcul. Mais nous avons déjà remarqué que Leibniz laissait volontiers passer les petits accès de patriotisme de son très cher et très illustre ami Wallis.

« Au reste, la considération Leibnizienne des différences, dont Wallis fait mention, afin, dit-il, qu'on ne puisse avancer qu'il n'a pas dit un mot du calcul différentiel, a ouvert des méditations (*meditationes aperuit*) qui ne naissaient pas aussi facilement d'ailleurs (*quæ aliunde non æque nascebantur*). »

C'est-à-dire sans doute : qui ne naissaient pas aussi facilement du calcul des fluxions, ce qui est vrai.

Leibniz, comme on voit, ne se doutait pas encore qu'on lui déclarait la guerre ; il fallait chercher un autre moyen de l'irriter, seule manière de l'amener à se compromettre. C'est Fatio Duiller, Duillier ou de Duillier, suisse de naissance, mais habitant Londres et membre de la Société Royale, qui fut chargé d'amorcer un nouveau pétard.

Voici ce qu'il écrit dans son *Investigatio geometrica solidi rotundi in quo minima fiat resistentia*, publiée à Londres en 1699.

« *Quæret forsan Clarissimus Leibnitius, unde mihi cognitus sit iste calculus quo utor. Ejus equidem fundamenta, ac plerasque regulas proprio marte, anno 1687, circa mensem aprilem et sequentes, aliisque deinceps annis, inveni; quo tempore neminem eo calculi genere præter me ipsum, uti putabam. Nec* *mihi minus cognitus foret, si nondum natus esset Leibnitius. Aliis igitur glorietur discipulis, me certe non potest. Quod satis patebit, si olim Litteræ quæ inter Clarissimum Hugenium meque intercesserunt, publici juris fiant. Newtonum tamen primum ac pluribus annis vetustissimum hujus Calculi inventorem, ipsa rerum evidentia coactus agnosco : a quo utrum quisquam mutuatus sit Leibnitius, secundus ejus Inventor, malo eorum, quam mecum sit judicium, quibus visæ fuerint Newtoni Litteræ aliique ejusdem manuscripti Codices. Neque modestioris Newtoni silentium, aut prona Leibnitii sedulitas inventionem hujus Calculi sibi passim tribuentis, ullis imponet, qui ea pertracterint, quæ ipse evolui, instrumenta.* »

C'est-à-dire : Le très illustre Leibniz se demandera peut-être d'où m'est connu le calcul dont je me sers. J'en ai trouvé de moi-même les bases et la plupart des règles en 1687, vers le mois d'avril et les suivants. Je m'y suis ensuite perfectionné les années suivantes. A cette époque, je croyais être seul à me servir de ce genre de calcul, qui ne me serait pas moins bien connu si Leibniz n'était pas encore né. Qu'il se glorifie donc d'autres disciples ; de moi, il ne le peut certainement pas ; ce qui sera assez prouvé si les lettres que nous échangeâmes autrefois, l'illustre Huyghens et moi, sont données en témoignage au public.

« Cependant, forcé par l'évidence des choses, je reconnais que Newton est, de plusieurs années, le premier inventeur de ce calcul ; quant à savoir quels changements y a apportés Leibniz, second inventeur, j'aime mieux que le jugement en soit porté par ceux qui ont vu les lettres de Newton et ses manuscrits, plutôt que par moi.

« Mais ni le silence du beaucoup plus modeste Newton, ni le zèle actif de Leibniz s'attribuant dans une foule d'écrits l'invention de ce calcul, n'en imposeront à aucun de ceux qui ont examiné avec soin les pièces que j'ai moi-même étudiées. »

Ajoutons que cette déclaration était accompagnée de nombre de commentaires blessants.

Leibniz ne parait pas s'être encore aperçu d'où lui venait ce trait empoisonné. Aussi, avant de traduire sa réponse, croyons-nous devoir présenter quelques observations appuyées sur des documents qui n'ont été rendus publics que plus tard.

Newton a fait reproduire la déclaration de Fatio dans le *Commercium epistolicum* et l'a enjolivée de l'observation suivante : « M. Fatio parle ici en témoin. Il rapporte ce qu'il a vu, et son témoignage est d'autant plus fort qu'il est porté contre ses propres intérêts. et que, n'étant point Anglais, il peut moins être soupçonné d'avoir voulu me favoriser. Il entendait nos méthodes, et il était en état de former un jugement véritable, à l'aide de ce qu'il avait vu et entendu. »

C'est un comble! comme on dit aujourd'hui. Mais on voit d'ici les deux compères à l'œuvre : voilà, d'une part, M. Duiller, homme assez médiocre, qui trouve, sans qu'on l'y ait aidé, la solution du problème de la figure du solide qui éprouve la résistance minimum dans un milieu, problème dont Newton avait donné la solution dans ses *Principes*, mais sans ajouter à l'énoncé aucune démonstration, et qui publie cette démonstration en 1699, après avoir inventé le calcul infinitésimal en 1687, assez tôt à la fois, pour pouvoir dire qu'à cette époque il n'avait pas encore entendu parler de Leibniz, qu'il accusera cependant de s'être donné un trône royal parmi les mathématiciens, et pour devancer la publication par Wallis de la *Méthode des fluxions*.

Voici, de l'autre, Newton, qui ne peut supporter l'idée que Leibniz ait eu part à l'invention du Calcul infinitésimal, mais qui consent très bien à ce que M. Fatio en ait toute la gloire. parce que M. Fatio n'est pas dangereux.

Il saute aux yeux que M. Fatio n'était autorisé à ramasser tant de lauriers que pour en couvrir Newton, sans quoi : *quem ego...*, comme dit Neptune.

Je n'ajouterai qu'un mot : Newton reproduit souvent cette idée fixe que la gloire d'une découverte appartient au premier inventeur, quand même il ne l'aurait communiquée à personne. « Qu'importe, dit-il dans son *Commercium*, que M. Leibniz ait eu de moi la méthode des fluxions ou qu'il l'ait trouvée seul après moi, puisque l'honneur appartient tout entier au premier inventeur. » Je crois que si l'on avait découvert, en 1700, un traité complet de Calcul différentiel et intégral dans le mausolée d'un Inca, Newton se serait empressé de crier bien haut que cela ne comptait pas; mais pourquoi avait-il fait un tombeau de son secrétaire?

Voici la réponse que fit Leibniz à M. Fatio. Elle parut dans les *Actes de Leipzig* pour 1700. Nous la traduisons librement en l'abrégeant un peu.

« Je n'ai pas été peu surpris, lorsque je reçus le *Traité* de Nicolas Fatio de Duiller sur la courbe de plus rapide descente et sur le solide qui éprouve la moindre résistance dans un milieu, de voir un homme, que je n'ai jamais lésé, montrer une si grande animosité contre moi. J'ai d'abord hésité à répondre, car j'ai toujours évité les querelles littéraires, estimant qu'il ne peut y avoir pour les érudits, qu'une manière honnête de se combattre, qui est de rendre le plus de services à la chose publique. Cependant, je craignais que mon silence ne fût interprété à mépris envers un homme qui n'est certainement pas à dédaigner. Enfin, je pensai qu'il était utile de donner des preuves de modération pour tâcher de dégoûter les savants de la triste habitude de se lancer les uns aux autres des imputations malveillantes, au grand détriment de leur considération et de celle des lettres. Je pensai d'ailleurs que ce dessein ne pouvait déplaire à l'illustre Société Royale d'Angleterre, dont M. Duiller se flatte d'être membre, dans le titre même de son livre, et qui m'a fait depuis si longtemps l'honneur de me recevoir dans son sein. Aucune société bien constituée n'approuvera en effet qu'un de ses plus vieux associés soit traité indignement par un autre membre...

« On croira peut-être que j'ai fait à M. Duiller quelque injustice dont il serait irrité à bon droit. Si pareille chose m'était arrivée par inadvertance, un avertissement eût suffi : car je suis d'un caractère tel que je me serais corrigé moi-même, plutôt avec excès. Mais ses propres paroles montrent qu'il n'a d'autre raison de se trouver blessé que de n'avoir pas été nommé parmi ceux qui pourraient résoudre le problème de la courbe de plus rapide descente, ou qui eussent pu aisément le résoudre s'ils y avaient appliqué leur esprit. Mais comment eût-il pu être nommé lorsqu'il dit lui-même qu'il n'a jamais daigné publier ses solutions des problèmes de la chaînette et autres. Notre ignorance de ses progrès était donc bien pardonnable?

« Il paraît ensuite prendre en main une cause générale et m'accuse d'affecter un Principat en Mathématiques... Je pourrais là-dessus m'en rapporter au lecteur... Voyons cependant quelles raisons il apporte de ma culpabilité : la première est que je propose des problèmes, ce qu'il appelle de la luxure, la seconde est que je distribue la louange aux géomètres et que je les range par ordre, comme du haut d'une chaire de Mathématiques. Je répondrai à l'une et à l'autre, bien moins pour ma défense que dans l'intérêt public, afin que l'usage de proposer de beaux et utiles problèmes et de louer publiquement ceux qui se distinguent par des travaux remarquables, ne soit pas présenté sous des noms odieux.

« En ce qui concerne le premier point, il est constant, pour ceux qui connaissent l'histoire littéraire de notre temps, que la Science doit précisément à cet usage la plus grande partie de ses progrès... Il est certain en effet que, de même que la Cycloïde, autrefois, la Chaînette, dernièrement, a été d'une grande utilité. Au reste ce n'est pas moi qui ai choisi le problème de la Chaînette. Je le résolus aussitôt qu'il me fut proposé et j'en proposai d'autres; Jean Bernoulli ne travailla pas beaucoup plus longtemps au sien propre de la courbe de plus rapide descente. Nous dûmes le succès à la méthode.

« L'autre chef d'accusation n'a d'autre base que le soin que j'apporte à proclamer les mérites des hommes qui s'illustrent dans l'application de ma méthode. M. Duiller appelle cela distribution d'éloges du haut d'une chaire mathématique; mais ceux qui se plaisent à l'Histoire des Lettres ne blâmeront pas le soin que je prends de rendre à chacun ce qui lui appartient, et ceux qui s'étudient à faire des choses dignes d'éloge ne trouveront pas mauvais qu'on accorde des louanges au mérite. Au reste, me suis-je trompé en disant que ceux-là seulement donneraient la solution du problème de la courbe de plus rapide descente, qui connaissaient notre calcul ou un autre analogue? Il était cependant de l'intérêt de ceux qui aspirent à s'élever au-dessus de la science vulgaire, de savoir par quelle voie on y arrive, et lorsque j'ajoutais que des hommes illustres viendraient à bout de la difficulté s'ils y appliquaient leur esprit, je n'aurais pas pu croire que ce qui était de justice dût être traduit en superbe, par une interversion de mon sentiment. Cependant, j'avoue que je n'avais pas nommé toutes les personnes de qui, surtout depuis la publication de nos écrits, on pouvait attendre de tels succès. Je pouvais par exemple nommer Wallis, l'illustre auteur de tant de recherches difficiles et à qui nous devons beaucoup, Hooke, Halley et Craig. Mais si quelqu'un pouvait à juste titre se plaindre d'avoir été omis, ce n'était assurément pas M. Duiller, mais plutôt Rœmer, le continuateur de la gloire danoise dans les Mathématiques, qui s'était déjà fait connaître par tant de belles recherches de Géométrie, lorsque nous nous trouvions ensemble à Paris, et qui a, depuis, fait tant de choses remarquables; qui doutera qu'il ne fût arrivé à quelque chose d'admirable, s'il se fût appliqué à nos problèmes? sans parler de Tschirnhausen, dont j'ai souvent fait profession d'attendre les plus grandes choses, de La Hire.... de Varignon...; mais nous ne méprisons pas ceux dont on ne peut attendre la solution des questions qui nous occupent, s'ils sont occupés à d'autres recherches non moins ingénieuses et remarquables, différentes toutefois.

« Au reste, je n'ai dit nulle part que ceux-là seuls pourraient résoudre nos problèmes, que je désignais nominativement; mais seulement ceux (au nombre desquels se compte M. Duiller) qui avaient accès dans les mystères de notre calcul.

« Il paraît cependant qu'il puisse être utile de louer les hommes de mérite afin d'exciter l'ardeur des autres; en effet, M. Duiller, au milieu de ses querelles, fait sans s'en douter mon apologie, lorsqu'il avoue qu'il a été stimulé par là : *Comme nous voyons*, dit-il, *que notre silence est tourné contre nous*, *nous dirons ce que nous avons trouvé sur ces questions*. C'est parfait et dans l'ordre. En conséquence, s'il produit quelque chose de remarquable dans ce genre, il me devra une partie de sa gloire, et la République le bénéfice. Je voudrais, cependant, d'une part, qu'il eût préféré s'exercer sur une matière nouvelle, et, de l'autre, qu'il eût lu avec plus d'attention ce qui a été écrit sur la courbe de plus rapide descente, car alors il n'aurait pas commis la faute que lui ont reprochée le marquis de l'Hospital et Jean Bernoulli, faute pareille à celle où l'on tomberait en ramenant, par exemple, un problème plan aux sections coniques, ou à des courbes plus élevées.

« Mais, s'il apporte de nouvelles lumières sur la question, il nous aura pour candides propagateurs de sa gloire.

« Il dit de moi : *Qu'il se glorifie d'autres disciples*, *mais il ne le peut certainement pas de moi*. On pourrait, d'après cela, me prendre pour un homme non seulement vaniteux, mais même stupidement vaniteux. Mon ambition est toute contraire, car je me glorifierais avec plaisir d'être son disciple, c'est-à-dire que je souhaiterais beaucoup apprendre de lui quelque chose de très beau...

« Il dit que, dès l'année 1687, il avait trouvé de lui-même tous les fondements et la plupart des règles du calcul que nous appelons différentiel. Croyons qu'il en est ainsi (pour une partie, toutefois, car toutes les bases de ce calcul ne me paraissent pas, même maintenant, lui être bien connues...). C'est là la cause, dont peut-être il ne se rend pas compte, de son animadversion contre moi. Comme dit le poète : *Je ne t'aime pas, mais je ne puis dire pourquoi.* Et il n'est pas étonnant qu'il haïsse ce qu'il appelle mon zèle, car, en publiant les éléments de mon calcul trois ans avant qu'ils se présentassent à lui, j'ai innocemment pris possession de la gloire qu'il estime lui être due. Il pense comme cet ancien : *Périssent ceux qui ont fait avant nous nos découvertes.*

« Je ne lui impute aucune malignité, mais, telle est l'infirmité de la nature humaine, que je m'étonnerais qu'un jeune homme porté vers les grandes choses et avide de gloire, n'eût pas cédé à ces motifs. Peu de gens ont assez de vertu pour aimer celle d'autrui lorsqu'elle leur nuit; surtout lorsqu'ils se figurent (comme il le fait de moi) que l'autre n'est parvenu à la gloire que par des voies obliques... Mais, lorsque je publiai divers morceaux en 1684, je n'attendais ni la gloire ni l'envie : je cherchais seulement à faire plaisir à mes amis les éditeurs des *Actes de Leipzig*, qui me les demandaient. Les circonstances ont bien plus appelé la renommée sur mes travaux que mes propres efforts.

« Jusqu'ici, M. Duiller a pris en mains sa cause et celle du public, à ce qu'il croit; mais il va maintenant s'instituer le défenseur de l'éminent géomètre Isaac Newton et de plusieurs autres. Il me pardonnera si je ne réponds pas à tout, avant qu'il n'ait montré la procuration qu'il a de ceux dont il se fait le mandataire, et surtout de M. Newton, avec qui je n'ai jamais eu aucune difficulté. Cet homme illustre, toutes les fois qu'il s'est entretenu de moi avec mes amis, a toujours paru penser du bien de moi, et ne m'a jamais, que je sache, rien reproché. Il a agi avec moi de façon que je serais injuste si je me plaignais. Il est vrai que, de mon côté, j'ai toujours saisi toutes les occasions de proclamer son immense mérite : il le sait mieux que personne. Au reste, il a dit assez publiquement dans ses *Principes* que les inventions géométriques qui nous sont communes étaient dues à nos méditations séparées, sans aucun secours mutuel, et que je les avais communiquées dix ans plus tôt.

« Lorsque je publiai les éléments de mon calcul en 1684, je ne savais encore de ses inventions en ce genre que ce qu'il m'avait écrit, qu'il pouvait trouver les tangentes sans faire disparaître les irrationnelles. Mais, dès que je vis son livre des *Principes*, je compris qu'il était allé beaucoup plus loin. Cependant, je ne sus combien sa méthode différait peu du calcul différentiel que lorsque parurent les deux premiers volumes des Œuvres de Wallis... Toutefois, bien qu'il serait injuste, après tant de services rendus, de demander à M. Newton de nouvelles recherches, je ne puis cependant m'empêcher, au nom de l'utilité commune, de prier publiquement un Géomètre de ce mérite de ne pas tenir plus longtemps cachées les méditations, déjà entièrement prêtes, à l'aide desquelles il pourrait éclairer non seulement les Sciences mathématiques, mais surtout les arcanes de la nature. Que si la gloire de si grandes choses ne l'émeut pas, qu'il se représente au moins que rien n'est plus digne d'un grand esprit que de bien mériter du genre humain.

« Il reste cependant un point sur lequel je crois devoir me justifier : lorsque M. Jean Bernoulli adressa particulièrement à M. Newton le programme par lequel les Géomètres étaient invités à chercher la courbe de plus rapide descente, on s'écria en Angleterre que Newton avait été provoqué par moi ; et il semble que ce soit l'opinion de M. Duiller, comme si j'avais conseillé ou poussé à cet envoi. Mais M. Bernoulli attestera que la chose fut faite entièrement à mon insu. Si j'en crois M. Duiller, Newton en aurait été péniblement affecté (et il faut avouer que l'immunité d'un travail de ce genre lui était pleinement due), mais j'espère qu'il m'absoudra maintenant sans arrière-pensée.

« La plainte que paraît porter M. Duiller de n'avoir reçu aucune invitation, lorsqu'il dit, que s'il lui en était parvenu, il aurait envoyé ses solutions, cette plainte ne me regarde pas davantage. Mais il a maintenant un champ où il puisse s'exercer; et s'il veut persuader à tous qu'il ait fait tant de progrès par ses propres méditations, il peut attaquer les problèmes de M. Jean Bernoulli, dont les énoncés furent insérés dans les *Acta Eruditorum* et dans le *Journal des Savants*, aussitôt après la publication des solutions de la courbe de plus rapide descente : il s'agit de trouver la courbe, ou au moins une propriété des tangentes à la courbe qui coupe à angle droit une série de courbes quelconques, paraboles, hyperboles et même des courbes transcendantes. Car s'il ne produit que des choses dont nous ayons déjà donné les principes, il doit comprendre qu'on ne pourra juger de celles qu'il eût pu faire de lui-même. Si, en outre, il ajoute quelque chose à la théorie de la gravitation de Newton, comme il l'annonce, cela lui apportera un nouveau genre de gloire.

« Quant aux autres Géomètres envers qui, suivant M. Duiller, je n'aurais pas mieux agi qu'envers lui-même, comme je ne sache pas qu'aucun d'eux se plaigne de moi, je n'ajouterais rien, s'il n'avait pas jugé à propos d'introduire dans la question quelques théorèmes de M. de Moivre sur les séries infinies. Je n'ai appris que ce Géomètre eût publié ces théorèmes que lorsqu'un de mes amis, de retour d'Angleterre, a apporté le dernier volume des

Transactions philosophiques... Il faut rendre grâce à M. de Moivre d'avoir entrepris un travail aussi utile qu'ingénieux; je pense qu'on doit le prier de le poursuivre, car il reste beaucoup de choses à faire en cette matière...

« Mais ces recherches n'ont rien de commun avec les méthodes au moyen desquelles nous avons résolu les problèmes de la chaînette, de la courbe de plus rapide descente, et autres de *Géométrie intérieure*. En sorte que je ne parviens pas à me faire entrer dans l'esprit comment M. de Moivre aurait pu se croire insulté, comme l'insinue M. Duiller, parce qu'on n'aurait pas fait mention de lui à propos des problèmes dont il s'agit. Après m'avoir placé, moi ignare, dans cette chaire d'où je distribue la louange aux Géomètres, il se demande avec quelle équité on a opposé l'invention de la courbe de plus rapide descente aux théorèmes remarquables de M. de Moivre. Je ne crois pas qu'il fût venu à l'esprit de toute autre personne que M. Duiller d'opposer entre elles des choses si différentes. Au reste, je laisse à décider avec quelle équité il dissimule ou par quelle prévention il oublie qu'il ne s'agit pas d'un problème particulier, comme celui de la courbe de plus rapide descente, mais de la partie la plus sublime de la méthode des maximums et des minimums, où la question est de choisir, parmi toutes les figures possibles, celle qui est la plus appropriée à une chose définie...

« Enfin, pour que cette apologie ne reste pas vide d'intérêt, nous saisirons l'occasion du théorème de M. de Moivre pour en donner un autre de nous, infiniment plus général. »

Mais nous passons ce détail.

Il ne fut fait aucune réponse à cette note de Leibniz, et la paix sembla rétablie. Newton s'occupa de préparer la publication de son traité de la *Quadrature des courbes,* qui parut en 1704, et Leibniz vaqua à d'autres soins.

Jacques Bernoulli étant mort en 1705, Fontenelle prononça son éloge devant l'Académie des Sciences de Paris. Cet éloge, qui parut dans les *Nouvelles de la République des Lettres*, contenait des assertions déplacées envers les deux frères Bernoulli. Nous allons voir comment Leibniz rend justice à ses amis. Nous reproduisons la note qu'il adressa à cette occasion à l'éditeur des *Nouvelles*, parce que c'est une page intéressante d'histoire et que Leibniz y a pour témoins le marquis de l'Hospital et Jean Bernoulli. Il n'y est du reste pas question de Newton, mais elle n'est pas cependant entièrement étrangère au procès qui allait s'ouvrir.

« Comme il importe beaucoup, dit Leibniz, pour l'avancement même des Sciences, que les personnes appliquées aux méditations profondes joignent les bonnes qualités du cœur à celles de l'esprit, j'ai cru à propos d'éclaircir et de rectifier quelques endroits de cet article, qui pourraient faire tort à MM. Bernoulli et à moi.

« Parmi les choses avantageuses qu'on a la bonté de dire de moi, et qu'on dit d'eux avec justice, on en ajoute que des juges sévères auraient raison, à mon avis, de condamner. Car on insinue qu'ayant laissé entrevoir quelque chose de mon système des *infinitésimales*, MM. Bernoulli avaient médité si profondément sur ces faibles rayons qui m'étaient échappés, qu'ayant résolu de m'enlever la gloire de l'invention, ils y avaient réussi et avaient même publié mon système avant moi. Il semble que c'est me faire passer pour envieux et eux pour injustes. L'un et l'autre est sans fondement. Voici les faits : ayant trouvé mon nouveau calcul dès l'an 1674, je fus longtemps sans en rien faire paraître, parce qu'étant retourné de France en Allemagne, j'eus des occupations et des emplois qui m'en détournèrent. L'affaire méritait un ouvrage exprès, et je n'avais pas tout le loisir qu'il demandait, pour répondre à mes vues et à l'attente du public; outre que j'ai toujours eu de la peine à travailler sur ce que j'avais déjà en mon pouvoir, aimant mieux à pousser plusieurs autres vues d'une nature toute différente, dont je pourrai peut-être, quelque jour, entretenir encore le public, si Dieu me continue la vie et la santé. Cependant, quelques-uns de mes anciens amis, et particulièrement MM. Mencken et Pfauz, ayant commencé le *Journal de Leipsig,* je fus bien aise de leur communiquer quelques échantillons de mes méditations géométriques, pour contribuer à varier leurs collections. L'approbation publique et leurs invitations m'engagèrent à continuer de temps en temps. Enfin, ne me voyant ni trop en état, ni assez en humeur de travailler à l'ouvrage de ma nouvelle Analyse, je pris la résolution, de peur qu'elle ne se perdît, d'en publier des Éléments en abrégé, c'est-à-dire l'Algorithme de ce calcul, qui en contient l'application à l'addition et soustraction, à la multiplication et division et aux puissances et racines. Feu M. Bernoulli, professeur de Bâle (c'est Jacques) m'écrivit là-dessus, et me demanda quelque éclaircissement sur la résistance des solides, dont j'avais donné une détermination dans le *Journal de Leipsig*, au delà de celle de Galilée. Cela fit naître quelque commerce de lettres entre nous, que mon voyage d'Italie interrompit. Cependant, je donnai un échantillon nouveau de mon calcul, en l'appliquant aux mouvements des Planètes, et j'y fis voir l'usage des *infinitésimales* du second degré. Feu M. Bernoulli y était attentif, mais il n'y trouva entrée que lorsqu'il vit comment je m'y prenais pour appliquer ce calcul à des problèmes physico-mathématiques. J'en avais proposé un à M. l'abbé Catelan, qui vantait trop les méthodes cartésiennes, comme suffisantes à tout (c'était le problème de la courbe isochrone). Cet abbé demeura court là-dessus, et il n'y eut que M. Huyghens, qui, trouvant le problème digne de sa curiosité, en donna la solution, quoique par une méthode différente de la mienne, mais sans en ajouter la démonstration. Donc j'en publiai une, laquelle marquait les traces de mon analyse. C'est ce qui acheva d'ouvrir les yeux à M. Bernoulli. Il l'avoua lui-même, et voyant qu'un nouveau champ était ouvert, il me pria, à la suggestion de son frère, qui entrait déjà bien avant dans ces matières, de penser si, par la même Analyse, on ne pourrait point arriver à des problèmes plus difficiles, maniés inutilement par d'autres, et particulièrement à celui de la chaînette. J'y pensai et j'en vins d'abord à bout; mais, au lieu de publier ma solution, j'encourageai M. Bernoulli à la chercher aussi. Mon succès fut cause, sans doute, que les deux frères s'y appliquèrent fortement et que le plus jeune eut l'avantage d'y réussir entièrement. Pour y arriver, il fallait une adresse extraordinaire et quelque exercice, que l'application et l'envie de se signaler leur donna, pour se bien servir de ce calcul. Après cela ils furent en état d'aller bien loin. Cependant ils m'ont toujours fait la justice de m'attribuer l'invention de cette Analyse, comme on le voit par plusieurs endroits de leurs écrits, dans les *Actes de Leipsig* et ailleurs, et par l'Ouvrage de M. le marquis de l'Hospital, à qui M. Bernoulli le jeune en avait communiqué les fondements et la matière à Paris. Je leur ai rendu la pareille, en avouant qu'ils avaient beaucoup de part à l'utilité que le public en a tirée, et que personne n'avait plus fait valoir cette invention qu'eux avec M. le marquis de l'Hospital, à qui cette Science est aussi fort redevable. Si j'avais publié d'abord moi-même la solution du problème de la chaînette, sans donner à MM. Bernoulli envie d'y travailler, ils en auraient eu moins de gloire; mais le public en aurait tiré moins d'utilité; car ils se seraient peut-être moins appliqués à cultiver une science où ils n'auraient pas eu assez de part. De sorte que je ne me repens pas de ce que j'ai fait, et je trouve, comme c'est l'ordinaire, que ce qui est arrivé a été le meilleur.

« L'Ouvrage que M. le marquis de l'Hospital publia le premier sur ce nouveau système, sous le titre d'*Analyse des infiniment petits*, a été publié de *mon consentement*. Il eut la déférence pour moi et l'honnêteté de me mander que, si je voulais me servir de mon droit d'inventeur pour publier le premier un Ouvrage d'une juste étendue sur cette nouvelle Science, il ne me voulait point prévenir. Mais je n'avais garde de priver le Public d'un travail aussi utile que le sien, pour me conserver un droit dont je me pouvais passer facilement, ayant toujours celui d'y suppléer, comme j'ai fait, en proposant de temps en temps quelques nouvelles ouvertures pour pousser cette Analyse.

« J'ai été d'autant plus porté à désabuser le public sur ces faits mal narrés que M. Bernoulli vient de me le demander par lettre du 22 mai, où il les rejette et les désapprouve hautement, comme éloignés de la vérité. »

Nous venons de dire que Newton avait fait paraître en 1704 son *Traité de la quadrature des courbes*, qui contient comme on sait l'exposition de la *Méthode des fluxions*. L'éditeur des *Acta Eruditorum* publia, dans le numéro de janvier 1705 de ce recueil, l'analyse suivante de cet Ouvrage :

Cujus calculi Elementa ab Inventore D. Godefrido Guilielmo Leibnizio in his Actis *sunt tradita, variique usus tum ab ipso, tum a D. Fratribus Bernoulliis, tum et D. Marchione Hospitalio (cujus nuper exstincti immaturam mortem omnes magnopere dolere debent, qui profundioris doctrinæ profectum amant) sunt ostensi. Pro differentiis igitur Leibnitianis Dominus Newton adhibet, semperque adhibuit fluxiones, quæ sint quam proxime ut fluentium augmenta æqualibus temporis particulis quam minimis genita; iisque tum in suis Principiis Naturæ Mathematicis, tum in aliis postea editis eleganter est usus, quem admodum et Honoratus Fabrius in sua Synopsi Geometrica motuum progressus Cavalerianæ Methodo substituit.*

C'est-à-dire : Les éléments de ce calcul ont été exposés dans ces *Actes* par l'inventeur M. Godefroy-Guillaume Leibniz; et ses divers usages y ont été mis en évidence tant par Leibniz lui-même que par les frères Bernoulli et le marquis de l'Hospital (dont la mort prématurée doit affliger profondément tous ceux qui s'intéressent au progrès des Sciences élevées). Ainsi, au lieu des différences de Leibniz, Newton considère et a toujours considéré les fluxions, qui sont les accroissements des variables, engendrés dans les parties égales et aussi petites qu'on le voudra du temps; et il s'en est servi élégamment tant dans ses *Principes mathématiques de la nature* que dans ses autres ouvrages édités postérieurement. C'est ainsi que Honoré Fabrius, dans sa *Synop-*

tique géométrique, a substitué la considération de mouvements progressifs à la méthode de Cavalieri.

Cette note, pourtant bien inoffensive et en accord parfait avec la réalité des choses, fournit à Newton le prétexte désiré pour rallumer la guerre sans laquelle il n'eût pu arriver à dépouiller Leibniz.

Le président de la Société Royale et ses amis feignirent de voir, dans le texte de cette note, qu'on tortura pendant sept à huit ans, d'abord la négation des droits de l'inventeur de la méthode des fluxions, puis des injures, enfin l'accusation de plagiat, accusation qu'il fallait avant tout supposer pour pouvoir essayer ensuite de la rétorquer, sous couleur d'une colère feinte.

On ne connaîtrait pas l'article des *Acta Eruditorum* qu'on pourrait affirmer qu'il ne pouvait être ni injurieux ni injuste, car pourquoi Leibniz en possession de la gloire qu'il s'était acquise aurait-il fait attaquer Newton à qui il accordait si volontiers et avec tant de confiance de si grands éloges dans tous ses écrits? A quoi pouvait lui servir une querelle? Mais il est plus qu'évident que la phrase à laquelle on a voulu, en Angleterre, donner le sens d'une insinuation blessante, ne contient qu'une assimilation purement doctrinale. Le rédacteur des *Acta* a évidemment voulu dire que Newton avait introduit la considération du mouvement dans sa notion des fluxions, comme Fabrius l'avait introduite dans la conception de Cavalieri.

Mais Newton qui ne pouvait partir en guerre s'il n'était injurié, trouva tout simple de faire semblant de l'être; afin de pouvoir *emporter l'agneau au fond des forêts.*

Ce fut cette fois le docteur Keill, médecin, professeur d'Astronomie à Oxford et membre parfaitement nul de la Société Royale, qui fut chargé d'attacher le grelot. Il fit insérer en 1708 dans les *Transactions philosophiques* un commentaire sur les lois des forces centripètes, où il affirmait que Newton était le premier inventeur du calcul des fluxions et que Leibniz, en le publiant dans les *Actes de Leipzig*, n'avait fait qu'en changer le nom et la notation.

« Leibniz, dit Montucla, prit ces paroles pour une accusation de plagiat, à quoi elles ressemblent effectivement beaucoup, et, par une lettre à M. Hans Sloane, secrétaire de la Société Royale, il demanda que Keill se rétractât. Keill, au lieu de le faire, répondit à M. Hans Sloane par une longue lettre où il accumule toutes les raisons qu'il peut pour montrer que non seulement Newton a précédé Leibniz, mais qu'il lui a donné tant d'indices de son calcul, qu'il ne pouvait pas échapper à un homme même d'une intelligence médiocre.

« La lettre fut envoyée à Leibniz, qui demanda à la Société Royale de faire cesser ces criailleries de la part d'un homme trop nouveau pour savoir ce qui s'était passé entre Newton et lui.

« La Société Royale jugea qu'il fallait consulter les pièces originales et nomma des commissaires pour les choisir et les examiner. Ils rassemblèrent celles qu'on lit dans le *Commercium epistolicum* (¹), et ils firent leur rapport de cette manière :

« Qu'il paraissait par ces pièces que M. Collins communi-
» quait fort librement aux habiles gens les écrits dont il était le
» dépositaire ; que M. Leibniz ne paraissait pas avoir eu con-

(¹) Nous avons plus haut analysé les plus importantes.

» naissance de son calcul jusqu'au mois de juin 1677, un an » après la communication d'une lettre où la méthode des fluxions » était suffisamment décrite pour toute personne intelligente. » (On aurait dû dire : habile à déchiffrer les anagrammes, et encore le déchiffrement n'eût-il fourni que le titre d'un Mémoire, et ce titre même serait resté obscur, car le mot *fluxions*, qui s'y trouve, n'aurait eu aucun sens pour le déchiffreur, même intelligent.) « Que la méthode différentielle de Leibniz était la même, » aux termes et signes près, que celle des fluxions (ce qui n'est » même pas exact); qu'il faut considérer M. Newton comme le » premier inventeur de cette méthode et que M. Keill, en le » disant, n'a fait aucune injure à M. Leibniz. »

« Les commissaires ne se prononçaient pas sur les indices qu'avait pu fournir à M. Leibniz la correspondance qu'il a eue avec Newton (mais ces indices se réduisaient à deux rébus). Ils en abandonnaient la décision aux lecteurs, et, pour les mettre en état de juger, la Société Royale ordonnait l'impression des pièces sur lesquelles le rapport était fait; elles parurent en 1712 sous le titre de *Commercium Epistolicum de Analysi promota.*

« Il en fut fait un extrait qui fut envoyé par toute l'Europe. »

Lorsque Leibniz apprit la publication de ce *Commercium*, et qu'un exemplaire en avait été envoyé à Jean Bernoulli (lui-même n'en avait pas reçu), il pria son ami de lui en dire son sentiment. Jean Bernoulli répondit de Bâle le 7 juin 1713. Sa réponse fut publiée par les soins de Leibniz qui en donne un extrait dans une lettre adressée à la comtesse de Kilmansegg, lettre intéressante par elle-même, mais où je ne trouve rien qui ne soit relaté ailleurs et dont, pour cette raison, je ne parlerai plus. Voici cet extrait, qui parut en langue française :

« Il paraît que M. Newton a fort avancé par occasion la doctrine des séries, en se servant de l'extraction des racines, qu'il » y a employée le premier. Et il semble qu'il y a mis toute son » étude au commencement, sans avoir songé à son calcul des » *fluxions*, ou des *fluants*, ou à la réduction de ce calcul à des » opérations analytiques générales en forme d'Algorithme ou de » règles Arithmétiques ou Algébriques. Ma conjecture est » appuyée sur un indice très fort. C'est que, dans toutes les lettres » du *Commerce epistolique*, on ne trouve pas la moindre trace, » ni ombre des lettres comme x ou y, pointées d'un, deux, trois » ou plusieurs points mis dessus, qu'il emploie maintenant à la » place de dx, ddx, $dddx$; dy, ddy, $dddy$, etc. Et même dans » l'ouvrage des *Principes mathématiques de la Nature*, où il y » avait si souvent occasion d'employer son calcul des fluxions, il » n'en dit pas un mot, et l'on ne voit aucune de ces marques ; et » tout s'y fait par les lignes des figures, sans aucune certaine » analyse déterminée, mais seulement d'une manière qui a été » employée non seulement par lui, mais encore par M. Huyghens, » et même en quelque façon par Torricelli, Roberval, Cavalieri » et autres. Ces lettres pointées n'ont paru que dans le troisième » volume des Œuvres de M. Wallis, plusieurs années après que » le calcul des différences fût déjà reçu partout. Un autre indice, » qui fait conjecturer que le calcul des fluxions n'est point né » avant celui des différences est que la véritable manière de » prendre les fluxions (des fluxions, probablement), c'est-à-dire » de différentier les différences, n'a pas été connue à M. Newton. » C'est ce qui est manifeste par ces *Principes mathématiques*,

» où non seulement l'accroissement constant de la grandeur x,
» qu'il marquerait à présent par un point, est marqué par un o;
» mais même une fausse règle est donnée pour les degrés ulté-
« rieurs des différences, par où l'on peut juger qu'au moins
» la véritable manière de différentier les différences ne lui a
» point été connue, quand elle était déjà fort en usage auprès
» d'autres. »

La publication de cette lettre fit beaucoup de peine à Newton. L'erreur qui lui était reprochée est d'avoir pris les coefficients successifs des termes d'une série ordonnée suivant les puissances croissantes de la variable, pour les dérivées successives de la fonction représentée par cette série.

Nous commencerons par discuter l'assertion contenue dans le jugement prononcé par la Société Royale que *M. Collins communiquait fort librement aux habiles gens les écrits dont il était dépositaire :* la question serait de savoir d'abord ce que contenaient ces écrits, ensuite quels sont ceux que Leibniz a vus et s'il a pu en prendre une connaissance suffisante, enfin à quelle époque le fait serait arrivé.

Voici ce que dit Leibniz à ce sujet dans une lettre adressée à l'abbé Conti en 1715 :

« Je fis connaissance de M. Collins dans mon second voyage d'Angleterre; car au premier [1] (qui dura très peu, parce que j'étais venu avec un ministre public), je n'avais pas encore la moindre connaissance de la Géométrie avancée, et n'avais rien vu ni entendu du commerce de M. Collins avec MM. Gregory et Newton, comme mes lettres échangées avec M. Oldenbourg en

[1] Il eut lieu en 1673.

ce temps-là et quelque temps après le font assez voir. Mais à mon second voyage, M. Collins me fit voir une partie de son Commerce, et j'y remarquai que M. Newton avouait aussi son ignorance sur certaines choses et disait entre autres, qu'il n'avait rien trouvé, sur la dimension des curvilignes célèbres, que la dimension de la cissoïde. »

Cette lettre avait été adressée à l'abbé Conti pour être montrée à Newton. Celui-ci répondit au même abbé le 26 février 1716 (vieux style) : « M. Leibniz cite un passage d'une de mes lettres par lequel je confessais mon ignorance, et je n'ai pas honte de cet aveu. Mais puisque M. Collins lui fit voir ce passage, lorsqu'il était à Londres pour la seconde fois, c'est-à-dire au mois d'octobre 1676, IL S'ENSUIT *qu'il vit la lettre où ce passage était contenu, laquelle lettre était datée du 24 octobre 1676. Or, dans cette lettre, et dans quelques autres écrites avant ce temps-là, on voit une description de ma méthode des fluxions. Dans cette même lettre j'avais décrit aussi deux méthodes générales pour les suites, sur l'une desquelles M. Leibniz forme à présent des prétentions.* »

Il est certain que si Leibniz a vu le passage, il a vu la lettre, c'est-à-dire le papier de la lettre, mais voir et lire sont deux choses différentes. On peut bien faire lire d'une lettre un passage relatif à un objet sur lequel est tombée la conversation sans faire lire cette lettre tout entière, et si Newton avait toujours raisonné de la sorte, il ne serait pas un grand géomètre.

Mais voyons s'il est possible que Collins ait eu la singulière maladresse de faire lire à Leibniz la lettre dont il s'agit : celle où Newton enseigne si lumineusement sa méthode à Leibniz, sous les fameuses anagrammes, est aussi datée du 24 octobre. L'autre, précisément parce qu'elle était plus explicite, d'après Newton, devait forcément être accompagnée de recommandations à Collins de bien garder le secret desdites anagrammes. Cependant Collins n'aurait eu rien de plus pressé que de profiter des six jours qui séparent le 25 octobre du 31, pour trahir le secret de son ami, secret que Newton n'a divulgué qu'en 1695! On ne le croira pas,

Mais il y a mieux. Ce serait par erreur que la lettre aux anagrammes porterait la date du 24 octobre. Dutens le dit en ces termes : *pro octob.* 24 *scriptum sit augusti* 24*: id mendum est, et emendandum.* Je ne sais quelles preuves il en a, il ne les donne pas; du reste, il fait cette remarque comme éditeur, en dehors de toute discussion, ce qui fait qu'il n'y a pas lieu de se méfier. Or, si la balourdise de Collins est bien improbable dans la première hypothèse, elle devient absolument impossible dans l'autre. En effet, Newton ayant adressé ses anagrammes à Leibniz le 24 août, à Hanovre peut-être, et apprenant qu'il était arrivé à Londres en octobre, devait tout naturellement écrire à Collins le 24, s'il en était encore temps, comme cela devait être, car Newton avait beaucoup d'ordre, pour lui recommander de nouveau de ne pas bavarder avec Leibniz, au sujet de la lettre du 24 août, lettre dont Collins avait reçu communication précédemment, pour réserver tous les droits de l'auteur, ou dont la copie lui était seulement envoyée ce jour-là.

Il me semble entendre dire : en voilà bien assez sur ce point; l'accusation n'est honteuse que pour celui qui la porte. Mais non; ce n'est pas assez! Il faut montrer jusqu'où va l'invraisemblance. Comment! un peu moins d'un an après avoir pris connaissance, chez Collins, de la théorie des fluxions, Leibniz adresse à l'ombrageux, au soupçonneux Newton, un *Traité* à peu près complet de calcul différentiel, et celui-ci, quoique informé de l'entrevue qui a eu lieu entre son confident et son émule, ne s'étonne pas, ne questionne pas Collins, ne cherche pas à obtenir une explication nécessaire, ne se demande même pas s'il doit lui conserver sa confiance et continue, pendant sept années encore, à le voir ou à correspondre avec lui presque journellement! Bien plus! dépouillé par Leibniz et trompé par Collins, il se montre encore content, dix ans après, en 1687, dans la note du *Livre des Principes!*

Quant à Collins, ce *fidus Achates*, il ne lui viendra pas un remords durant les sept années qu'il vécut encore, il se laissera, pendant ces sept ans combler d'égards par son ami et ne lui révélera pas l'horrible secret, même à son lit de mort. Il ne laissera même pas une confession posthume pour arrêter son ami, prêt à consommer le sacrifice suprême, en reconnaissant les droits de Leibniz. Quel monstre!

Toutefois, avant de l'exécuter historiquement, la postérité remarquera sans doute en sa faveur, que, s'il ne voulut parler ni vivant ni mort, il eut cependant la délicatesse de mourir avant le procès, ce qui fit qu'on put le faire parler alors tant qu'on voulut.

Boileau a beau dire : *Le vrai peut quelquefois n'être pas vraisemblable.* Quand on n'a à raconter que des histoires si incroyables, on ferait bien de se taire, par pudeur. Le véritable honnête homme, dans la crainte de n'être pas cru sans hésitation, ne dit, lorsqu'il s'agit de lui-même, que la moitié de ce qui est évident.

Outre ce que nous venons de rapporter des deux lettres à l'abbé Conti, dont il vient d'être question, elles contiennent encore d'autres choses intéressantes. Celle de Leibniz se terminait par un défi adressé non à Newton, comme on l'a dit, mais à ses partisans : *Trouver une ligne qui coupe à angles droits toutes les courbes d'une suite déterminée d'un même genre, par une voie générale.* Il paraît que Newton lui-même ne résolut ce problème que dans un cas particulier, qui à la vérité était indiqué dans l'énoncé, mais comme exemple destiné à rendre clair cet énoncé. Les mots *par une voie générale* indiquaient suffisamment qu'il ne fallait pas se contenter de traiter l'exemple cité, où il ne s'agissait que d'hyperboles de même sommet et de même centre. Montucla a omis ce détail important.

Quant à la fin de la lettre de Newton, c'est un fatras de citations de toutes les concessions que lui avait précédemment accordées Leibniz. Nous savons que ces concessions avaient été faites de confiance, puisque Leibniz n'a connu la méthode des fluxions que postérieurement à 1695. Newton s'en sert donc en avocat, non en logicien.

Mais cette même lettre se termine par l'audacieux passage suivant : « Comme depuis quelque temps, il (Leibniz) m'a intenté une accusation, qui va à me vouloir faire passer pour plagiaire (cette accusation n'est autre que la comparaison établie par le rédacteur des *Acta*), il est obligé, selon les lois établies, de la prouver, à peine de passer pour coupable de calomnie. Il s'est contenté jusqu'ici d'écrire à ceux avec qui il est en commerce des lettres pleines d'affirmations, de plaintes et de réflexions qui ne prouvent rien; mais il est l'agresseur et il est obligé de prouver ce dont il m'accuse. »

Pauvre agneau!

La réponse de Leibniz, datée du 9 avril 1716, est encore adressée à l'abbé Conti, qui s'était présenté lui-même pour essayer de réconcilier les deux adversaires; elle contient divers passages que nous ne pouvons passer sous silence :

« Je fus surpris, au commencement de cette dispute, d'apprendre qu'on m'accusait d'être l'agresseur; car je ne me souvenais pas d'avoir parlé de M. Newton que d'une manière fort obligeante. Mais je vis depuis qu'on abusait pour cela d'un passage des *Actes de Leipzig* du mois de janvier 1705, où il y a ces mots : *Pro differentiis Leibnitianis, D. Newtonus adhibet, semperque adhibuit fluxiones;* où l'Auteur des Remarques sur le *Commercium epistolicum* dit, page 108 : *Sensus verborum est, quod Newtonus fluxiones differentiis Leibnitianis* SUBSTITUIT. Mais c'est une interprétation maligne d'un homme qui cherchait noise. Il semble que l'Auteur des paroles insérées dans les *Actes de Leipzig* a voulu y obvier tout exprès par ces mots : SEMPERQUE *adhibuit*, pour insinuer que ce n'est pas après la vue de mes différences, mais déjà auparavant, qu'il s'est servi de fluxions, et je défie qui que ce soit de donner un autre but raisonnable à ces paroles *semper que adhibuit;* au lieu qu'on se sert (c'est le rédacteur) du mot *substituit* en parlant de ce que le père Fabri a fait après Cavalieri. D'où il faut conclure ou que M. Newton s'est laissé tromper par un homme qui a empoisonné ces paroles des *Actes*, qu'on supposait n'avoir pas été publiées sans ma connaissance, et s'est imaginé qu'on l'accusait d'être plagiaire; ou bien qu'il a été bien aise de trouver un prétexte de s'attribuer ou faire attribuer privativement l'invention du nouveau calcul, contre ses connaissances contraires, avouées dans son livre des *Principes*, page 253 de la première édition. Si l'on avait fait connaître qu'on trouvait quelque difficulté, ou sujet de plainte, dans les paroles des *Actes de Leipzig*, je suis assuré que ces messieurs, qui ont part à ces *Actes*, auraient donné un plein contentement; mais il semble qu'on cherchait un prétexte de rupture.

« Je n'ai pas eu connaissance du *Comité nombreux de personnes distinguées de plusieurs nations, assemblé exprès par ordre de la Société Royale;* car on ne m'en a donné aucune part, et je ne sais pas encore présentement les noms de tous ces commissaires et particulièrement de ceux qui ne sont pas des Iles Britanniques. Je ne crois pas qu'ils approuvent tout ce qui a été mis dans l'ouvrage publié contre moi.

. . . .

« Pour répondre de point en point à l'ouvrage publié contre moi, il faudrait un ouvrage aussi grand pour le moins que celui-là; il fallait entrer dans un grand détail de minuties, passées il y a 30 à 40 ans, dont je ne me souvenais guère : il me fallait chercher mes vieilles lettres, dont plusieurs se sont perdues, outre que, le plus souvent, je n'ai point gardé de minutes des miennes, et les autres sont ensevelies dans un grand tas de papiers, que je ne pouvais débrouiller qu'avec du temps et de la patience; mais je n'en avais guère le loisir, étant chargé pour lors d'occupations d'une tout autre nature.

. . . .

« Tout considéré, voyant tant de marques de malignité et de chicane, je crus indigne de moi d'entrer en discussion avec des gens qui en usaient si mal. Je voyais qu'en les réfutant on aurait de la peine à éviter des reproches, et des expressions fortes, telles que méritait leur procédé; et je n'avais point envie de donner ce spectacle au public... méprisant assez le jugement de ceux qui, sur un tel ouvrage, voudraient prononcer contre moi ; d'autant que la Société Royale même ne l'a point voulu faire, comme je l'ai appris par un extrait de ses registres.

. . . .

« Je n'ai jamais nié qu'à mon second voyage en Angleterre j'aie vu quelques lettres de M. Newton chez M. Collins, mais je n'en ai jamais vu où M. Newton ait expliqué sa méthode des fluxions, et je n'en trouve point dans le *Commercium Epistolicum.* »

Si Leibniz n'avait pas conservé jusqu'en 1716 son immuable croyance à la loyauté universelle, il aurait dit plus simplement : On m'a montré ce qui déjà était presque public, on m'a naturellement caché ce qu'il n'était permis d'entrevoir que sous des anagrammes sacrées.

. . . .

« M. Newton hasarde ici une accusation, mais qui va tomber sur lui-même. Il prétend que ce que j'ai écrit pour lui (être remis) à M. Oldenbourg, en 1677, est un déguisement de la méthode de M. Barrow. Mais comme M. Newton avoue, dans la première édition de ses *Principes*, que ma méthode ne différait de la sienne que dans les mots, il s'en suivra que sa méthode n'est aussi qu'un déguisement de celle de M. Barrow.

« Je crois que lui et moi nous serons aisément quittes de cette accusation, car une infinité de gens liront le livre de M. Barrow, sans y trouver notre calcul...

« Cependant, si quelqu'un a profité de M. Barrow, ce sera plutôt M. Newton, qui a étudié sous lui, que moi, qui, autant que je puis m'en souvenir, n'ai vu les livres de M. Barrow qu'à mon second voyage d'Angleterre et ne les ai jamais lus avec attention... »

Leibniz explique ici, comme nous l'avons fait, ce qu'il y avait d'obscur dans le passage de la lettre du 27 août 1676 qui se rapporte au problème de de Beaune. « Je vois, dit-il, que je devais déjà avoir alors l'ouverture du calcul des différences, car je dis (en cet endroit) avoir résolu par une certaine analyse (il est évident qu'il veut dire *par une analyse certaine*) le problème de M. de Beaune. Cette analyse n'était que cela (le calcul des différences) ([1]).

. . . .

« M. Newton dit que je l'ai accusé d'être plagiaire. Mais où est-ce que je l'ai fait? Ce sont ses adhérents qui ont paru intenter cette accusation contre moi, et il y a connivé. Je ne sais pas s'il adopte entièrement ce qu'ils ont publié, mais je conviens avec lui que la malice de celui qui intente une telle accusation sans la prouver se rend coupable de calomnie. »

La réponse de Newton est la dernière lettre que les deux adversaires aient échangée. Nous l'analyserons très brièvement, parce que ce n'est qu'un rabâchage de choses déjà dites.

. . . .

« M. Leibniz se plaint que le comité s'est écarté du but, en se

([1]) Leibniz emploie indifféremment, en bien des endroits, les expressions *Calcul différentiel* et *Calcul des différences*, parce qu'il est arrivé au premier par le second, comme il l'explique précisément dans la lettre que nous analysons en ce moment, et comme on a pu le préjuger d'après sa première lettre à Oldenbourg.

jetant sur l'examen des suites infinies ; mais il devait considérer que les deux méthodes dont je me sers sont deux branches d'une méthode générale d'analyse... »

On voit bien, en effet, par la lettre aux fameuses anagrammes, que Newton mêlait la théorie des suites à celle des fluxions, avec cette différence toutefois qu'il dévoilait l'une et cachait l'autre; mais c'est exclusivement sur la seconde que portait le procès, et le monde savant tout entier s'est étonné, avec Leibniz, de voir que les discussions portassent exclusivement sur la première.

Leibniz, dans sa réponse à Fatio, avait dit, avec son abondance ordinaire, que Newton, en traitant, dans son *Livre des Principes*, la question de la figure du vaisseau ou du solide de moindre résistance, avait montré par là qu'il était instruit de l'*artifice particulier de maximis et minimis au moyen duquel on peut déterminer, parmi toutes les courbes possibles, celle qui fait le mieux pour un but déterminé;* Newton s'empresse d'accepter le cadeau.

« Le livre des *Principes Mathématiques*, dit-il, contient les premiers exemples qui aient été publiés de l'application de ce calcul (calcul différentiel, ou calcul des fluxions) aux problèmes les plus relevés; et c'est dans ce sens que j'ai entendu ce que M. Leibniz avait dit dans les *Actes de Leipzig* du mois de mai 1700. Mais il fait remarquer (dans la lettre précédente) que ce qu'il avait dit alors devait s'entendre d'un artifice particulier *de maximis et minimis*, dont il convient que j'étais instruit lorsque je donnai, dans mes *Principes*, la figure du vaisseau ou du solide de la moindre résistance. Mais puisque cet artifice suppose la méthode différentielle comme connue, et qu'il s'étend encore au delà ; que d'ailleurs c'est à cet artifice que M. Leibniz et ses disciples doivent la solution des problèmes dont il fait le plus de cas; enfin, puisque M. Leibniz appelle cet artifice une méthode de la plus haute conséquence et de la plus grande étendue, je me contente de l'aveu qu'il fait, que j'ai été le premier qui, dans un ouvrage donné au public, ai prouvé que cet artifice m'était connu. »

On voit que Newton savait ouvrir largement les mains quand il s'agissait de recevoir. Mais comme il faut être juste même envers les gens injustes, je conviendrai que, quoique le problème en question fût incomparablement plus simple que tous ceux qui occupèrent les Bernoulli, il appartient cependant à la même classe. D'un autre côté, Newton l'avait incontestablement résolu, la solution qu'il donne étant exacte; mais il s'était donné en cette circonstance, non seulement le tort, dont il était coutumier, de cacher sa méthode d'invention, mais même celui de ne donner aucune explication à l'appui de l'énoncé de la solution à laquelle il était parvenu, probablement parce qu'il n'avait pu trouver aucune démonstration à *posteriori* de cette solution.

Newton se plaint ensuite que Leibniz ait repris après lui, dans les trois écrits intitulés : *Epistola de lineis opticis*, *Schediasma de resistentia medii*, et *Tentamen de motuum cælestium causis*, des questions qu'il avait traitées dans les *Principes*. Il n'a pas tout à fait tort. Mais il feint que Leibniz ait voulu s'approprier les solutions de ces questions ; ce n'est pas exact. Leibniz n'avait d'autre but que de montrer que le calcul différentiel fournit ces solutions bien plus aisément que les méthodes géométriques qu'y avait appliquées Newton.

Il dit que le *Tentamen* contenait des fautes, et c'est la vérité. Mais, comme pour rétorquer l'accusation portée contre lui-même par Jean Bernoulli, il ajoute que Leibniz « fit voir qu'il n'entendait pas la manière d'opérer dans les secondes différences », ce qui n'est plus vrai, la partie purement analytique du *Tentamen* étant excellente.

Enfin il essaie de réfuter ce que Leibniz dit dans sa lettre précédente, à propos de la solution donnée par lui, en 1676, du problème de de Beaune. La réfutation ne vaut rien, parce qu'elle se réduit à faire voir qu'on pouvait résoudre le problème sans faire intervenir le calcul différentiel, ce qui est vrai, mais ne prouve rien.

Un membre de la Société Royale, M. Chamberlayne, s'était offert, en 1714, pour *moyenner*, comme dit Leibniz, *une bonne intelligence* entre les deux adversaires. Leibniz s'y était prêté de bonne grâce; il écrivit, en effet, à Chamberlayne, le 28 avril 1714 : « Si le mal pouvait être redressé par votre entremise, j'en serais bien aise et je vous ai déjà par avance beaucoup d'obligation de votre offre. » Quant à Newton, il répondit sèchement et avec hauteur : « Je ne veux pas rétracter ce que je sais être véritable et je crois que le Comité de la Société Royale n'a fait aucun tort à M. Leibniz. »

Néanmoins Chamberlayne souleva la question devant la Société Royale et réussit en partie, comme on le voit par la lettre suivante que Leibniz lui écrivit le 25 août 1714 : « Je vous suis obligé de la tentative que vous avez faite à la Société Royale. L'extrait de son journal du 20 de mai fait connaître qu'elle ne prétend pas que le rapport de ses commissaires passe pour une décision de la Société. Ainsi je ne me suis point trompé en pensant qu'elle n'y prenait point de part. »

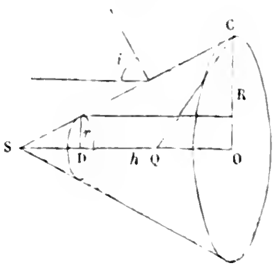
Ainsi finit cette triste comédie, dont les enseignements sont plus tristes encore; car il en résulte non seulement que la plus haute loyauté ne garantit pas des plus basses imputations, mais encore qu'elle en favorise l'essor et les effets. Heureusement ce ne serait pas une raison pour ne pas imiter Leibniz, en effet, outre que la justice finit toujours par arriver, soit *claudicans*, soit πόδας ὤκυς, la publicité quotidienne ne permettrait plus aujourd'hui le succès de machinations aussi abominables que celles dont nous venons de retracer l'histoire.

Voici l'analyse du passage du livre des *Principes* qui se rapporte au *solide de moindre résistance :* après avoir établi en principe qu'une surface plane immergée dans un fluide animé d'un mouvement uniforme subit de la part de ce fluide une pression dont la composante, parallèlement à la direction du mouvement, est à la pression que subirait une autre surface plane dirigée perpendiculairement au flux, et qui serait la projection orthogonale de la première, dans le rapport à 1 du carré du cosinus de l'angle que la direction du flux fait avec la normale à la surface immergée, principe que l'on admettrait encore aujourd'hui, Newton commence par chercher le rapport de la résultante totale des impulsions exercées par le fluide sur la surface antérieure d'une demi-sphère à la pression que ce même fluide exercerait sur la surface d'un grand cercle de cette même sphère, contenu dans un plan perpendiculaire au flux.

Il trouve que ce rapport est $\frac{1}{2}$, mais il arrive à ce résultat par des considérations purement géométriques, c'est-à-dire en évitant, comme dans tout le reste de l'Ouvrage, l'intégration qui se présente. Au reste, il évite même l'emploi de formules trigonométriques, car, si nous avons introduit un cosinus dans l'énoncé du principe d'où il part, ç'a été simplement pour en rendre l'énoncé plus clair; Newton n'y a pas recours.

Il pose ensuite la question de déterminer le tronc de cône ayant sa grande base donnée et sa hauteur également donnée, qui, présentant normalement sa petite base au flux, éprouverait une résistance minimum. Il donne la solution de ce problème,

Fig. 1.



mais sans aucune explication. Si, dit-il, on joint le milieu de la hauteur à un point de la circonférence de la grande base, on aura la distance de ce même milieu au sommet du cône auquel appartiendrait le tronc cherché.

On peut vérifier le fait de la manière suivante : soient $OC = R$ (*fig.* 1) le rayon de la grande base du tronc de cône et OD la hauteur de ce tronc de cône; r le rayon de la petite base et i l'angle de la direction du flux avec une normale à la surface latérale : d'après le principe admis, en supposant qu'une surface plane S, normale au flux, éprouverait de la part du fluide une pression

$$kS,$$

la composante, parallèlement à la direction du mouvement, de la pression exercée sur un élément de la surface latérale du tronc de cône ayant sa projection sur le plan de base égale à σ, sera

$$k\sigma \cos^2 i;$$

quant aux composantes perpendiculaires à la même direction, elles se détruiront évidemment deux à deux.

La résultante totale des pressions exercées tant sur la petite base que sur la surface latérale du tronc de cône sera donc

$$k\pi r^2 + k\pi(\mathrm{R}^2 - r^2)\cos^2 i,$$

et il s'agit de rendre cette expression minimum, ce qui donne d'abord la condition

$$d(r^2 \sin^2 i + \mathrm{R}^2 \cos^2 i) = 0,$$

c'est-à-dire

$$r \sin^2 i\, dr + r^2 \sin i \cos i\, di - \mathrm{R}^2 \sin i \cos i\, di = 0,$$

d'où

$$r \sin i \frac{dr}{di} = (\mathrm{R}^2 - r^2) \cos i;$$

d'un autre côté,

$$\frac{\mathrm{R} - r}{h} = \operatorname{cotang} i \quad \text{ou} \quad (\mathrm{R} - r) \sin i = h \cos i.$$

Ces deux dernières équations doivent fournir r et i.

La seconde donne

$$-dr \sin i + (\mathrm{R} - r) \cos i\, di = -h \sin i\, di,$$

d'où

$$\frac{dr}{di} = \frac{(\mathrm{R} - r) \cos i + h \sin i}{\sin i};$$

égalant les deux valeurs de $\frac{dr}{di}$, il vient

$$\frac{(R^2 - r^2)\cos i}{r \sin i} = \frac{(R - r)\cos i + h \sin i}{\sin i},$$

ou

$$R^2 \cos i - R r \cos i = h r \sin i,$$

c'est-à-dire

$$R^2 \cos i = r(R \cos i + h \sin i);$$

en sorte que les deux équations du problème sont

$$R \sin i - h \cos i = r \sin i$$

et

$$R^2 \cos i = r(R \cos i + h \sin i).$$

Si l'on élimine r entre ces deux équations, il vient

$$(R \sin i - h \cos i)(R \cos i + h \sin i) = R^2 \sin i \cos i,$$

ou

$$R(\sin^2 i - \cos^2 i) - h \sin i \cos i = 0,$$

c'est-à-dire

$$R \tan^2 i - h \tan i - R = 0,$$

d'où

$$\tan i = \frac{h}{2R} + \sqrt{\frac{h^2}{4R^2} + 1}.$$

On a ensuite

$$r = R - h \operatorname{cotang} i = R - h\left(-\frac{h}{2R} + \sqrt{\frac{h^2}{4R^2} + 1}\right)$$

$$= R + \frac{h^2}{2R} - h\sqrt{\frac{h^2}{4R^2} + 1}$$

$$= \frac{2R^2 + h^2 - h\sqrt{4R^2 + h^2}}{2R}.$$

Cela posé, on obtiendrait la hauteur entière du cône par la formule

$$R \tang i.$$

Cette hauteur est donc

$$\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + R^2}:$$

la distance du sommet S au milieu Q de la hauteur du tronc de cône est donc bien

$$\sqrt{\frac{h^2}{4} + R^2}$$

ou

$$OC.$$

Newton énonce ensuite sans démonstration le théorème suivant, qu'on vérifiera aisément par une intégration, comme celui qui concerne la sphère : si l'on mène à une ellipse deux tangentes, l'une inclinée à 45° sur l'axe focal et l'autre perpendiculaire à cet axe, qu'on termine respectivement ces deux tangentes, d'une part, à leurs points de contact et, de l'autre, à leur point de rencontre et qu'on les fasse tourner autour de l'axe, la surface du tronc de cône qu'elles engendreront éprouvera une résistance moindre que celle qu'éprouverait la calotte ellipsoïdale inscrite, en supposant que le mouvement du fluide ait lieu dans la direction de l'axe.

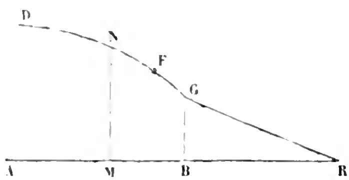
Enfin vient la question du *solide de moindre résistance*. Mais voici simplement ce qu'en dit Newton (je cite madame Du Chatelet) :

« *Que si la figure* DNFG (*fig.* 2) *est une courbe d'une telle nature, que, si par un de ses points quelconques* N *on abaisse la* *perpendiculaire* NM *sur l'axe* AB, *et que d'un point donné* G *on mène la droite* GR *qui soit parallèle à la droite qui touche la figure en* N, *et qui coupe en* R *l'axe prolongé, on aura*

$$MN : GR :: GR^3 : 4\,BR.\overline{GB}^2,$$

le solide formé par la révolution de cette figure autour de l'axe AB *éprouvera une moindre résistance, en se mouvant de* A *vers* B, *dans le milieu rare dont on a parlé, qu'aucun autre solide*

Fig. 2.



circulaire quelconque décrit sur la même hauteur et la même base. »

Et c'est tout !

Je passe sur l'affectation à éviter l'emploi des formes analytiques dans le langage, au risque d'arriver à l'obscurité ; et je cherche d'abord une traduction intelligible de ce singulier énoncé.

MN est l'ordonnée y de la courbe et BG est une constante a ; $\frac{GB}{GR}$ est le sinus de l'inclinaison de la tangente en N à la courbe, sur l'axe des x, ou AB, c'est $\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}$, $\frac{BR}{GR}$ est le cosinus du même angle, c'est $\frac{1}{\sqrt{1+y'^2}}$.

Ainsi l'équation de la courbe est

$$y = \frac{1}{4}\mathrm{GR}\,\frac{\mathrm{GR}}{\mathrm{BR}}\,\frac{\overline{\mathrm{GR}}^2}{\overline{\mathrm{GB}}^2} = \frac{1}{4}\mathrm{GR}\,\frac{1+y'^2}{y'^2}\sqrt{1+y'^2},$$

ou, si l'on remplace GR par sa valeur en fonction de GB, laquelle est $\mathrm{GB}\,\frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$,

$$y = \frac{1}{4}\mathrm{GB}\,\frac{(1+y'^2)^2}{y'^3} = \frac{1}{4}a\,\frac{(1+y'^2)^2}{y'^3},$$

puisqu'on a fait $\mathrm{GB} = a$.

Pourquoi Newton n'a-t-il pas donné la démonstration de ce beau théorème? la réponse, évidemment, est qu'il ne pouvait pas plus la donner que celles des deux propositions précédentes, sans dévoiler sa *méthode des fluxions*, qu'il tenait tant et si maladroitement à garder secrète, à l'heure même où il se laissait devancer par d'autres dont l'esprit plus large et plus ouvert n'eût pas même pu envisager la perspective de cachotteries si coupables.

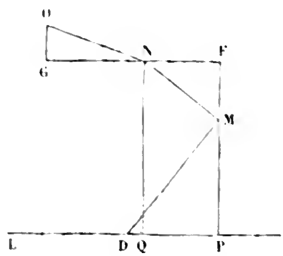
Mais continuons.

Le livre des *Principes* avait été peu lu sur le continent avant 1700, nous avons même pu constater que Leibniz l'avait à peine feuilleté. C'est la diatribe de M. Fatio qui attira l'attention sur le problème qui nous occupe, et, aussitôt que ce pamphlet arriva aux mains de Jean Bernoulli et du marquis de l'Hospital, ils donnèrent l'un et l'autre l'explication de l'oracle rendu par Newton, le premier, le 7 août 1699, dans les *Acta Eruditorum*, et le second dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour la même année 1699.

Il paraît, d'après Jean Bernoulli et l'Hospital, que la solution proposée par M. Duiller n'était pas excellente ; le premier en dit : Quant aux calculs qu'il a faits, ils sont tellement compliqués que je n'ai pas pu me résoudre à les examiner. (*Calculi vero, quos instituit, admodum sunt perplexi quos ut examinarem a me impetrare non potui.*)

Je n'ai pas cherché à connaître cette solution de M. Fatio ;

Fig. 3.



les frasques des gens de son espèce peuvent obtenir les honneurs de l'insertion dans un recueil d'*anas*, lorsque la cocasserie y est assez forte ; elles ne relèvent pas de l'histoire, leur vraie place serait à un pilori international.

J'ai lu les solutions de Jean Bernoulli et de l'Hospital, mais je préfère la seconde, elle est plus simple et mieux présentée. Je la rapporterai ici, la voici :

Considérons deux éléments consécutifs MN, NO (*fig.* 3) de la courbe cherchée, menons par N une parallèle à l'axe PL de la surface, abaissons de M et O les perpendiculaires MF et OG sur cette droite, enfin menons MD perpendiculaire à MN, jusqu'à sa rencontre en D avec l'axe, qui sera pris pour axe des x, et menons l'ordonnée NQ du point N :

La composante parallèle à l'axe de la pression exercée par le fluide sur la surface engendrée par l'élément MN sera

$$k.\mathrm{MF}.\mathrm{MP}.\cos^2\mathrm{MDP} = k.\mathrm{MF}.\mathrm{MP}.\sin^2\mathrm{MNF}$$

$$= k.\mathrm{MF}.\mathrm{MP}.\frac{\overline{\mathrm{MF}}^2}{\overline{\mathrm{MN}}^2} = k\frac{\overline{\mathrm{MF}}^3}{\overline{\mathrm{MN}}^2}\cdot\mathrm{MP};$$

de même la composante, dans la même direction, de la pression exercée par le fluide sur la surface engendrée par l'élément NO. sera

$$k\frac{\overline{\mathrm{OG}}^3}{\overline{\mathrm{ON}}^2}\cdot\mathrm{NQ};$$

et la somme de ces deux composantes sera

$$k\left(\frac{\overline{\mathrm{MF}}^3}{\overline{\mathrm{MN}}^2}\cdot\mathrm{MP} + \frac{\overline{\mathrm{OG}}^3}{\overline{\mathrm{NO}}^2}\cdot\mathrm{NQ}\right).$$

Supposons, dit l'Hospital, que les points M et O aient été pris à volonté, mais que le point N soit resté indéterminé; on pourra le choisir de manière à rendre minimum la somme précédente. Soient $\mathrm{MF} = m$, $\mathrm{MP} = f$, $\mathrm{OG} = n$ et $\mathrm{NQ} = g$, et représentons par ν et t les deux variables FN et NG; la formule de la pression deviendra

$$k\left(\frac{m^3 f}{m^2+\nu^2} + \frac{n^3 g}{n^2+t^2}\right),$$

en sorte que la condition à remplir sera

$$f\frac{m^3\nu\,d\nu}{(m^2+\nu^2)^2} + g\frac{n^3 t\,dt}{(n^2+t^2)^2} = 0,$$

ou simplement

$$f\,\frac{m^3 v}{(m^2+v^2)^2} = g\,\frac{n^3 t}{(n^2+t^2)^2},$$

puisque

$$dv + dt = 0.$$

Mais f, dans cette équation, représente l'ordonnée y du point M de la courbe et $-\frac{m}{v}$ représente le coefficient angulaire de la tangente à la courbe en ce même point, c'est-à-dire $\frac{dy}{dx}$, de sorte que

$$f\,\frac{m^3 v}{(m^2+v^2)^2}$$

doit se traduire par

$$-y\,\frac{dy}{dx}\,\frac{1}{\left[1+\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\right]^2},$$

ou

$$-y\,\frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2};$$

et le second membre représente la même fonction des coordonnées du point suivant N de la courbe.

L'équation signifie donc que la fonction

$$y\,\frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2}$$

des coordonnées de la courbe conserve la même valeur en tous les points de cette courbe, dont, en conséquence, l'équation est

$$y\frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2}=\text{constante}=\frac{1}{4}a,$$

ou

$$y=\frac{1}{4}a\,\frac{(1+y'^2)^2}{y'^3},$$

ce qui est identiquement le résultat auquel Newton était arrivé. D'où l'on peut conclure que la méthode par laquelle il y était parvenu ne pouvait pas beaucoup différer de celles de l'Hospital ou de Jean Bernoulli, lesquelles se ressemblent d'ailleurs beaucoup.

Voici ce que dit Jean Bernoulli au sujet de la question : *Duiller trouve le problème du solide de moindre résistance bien plus difficile que celui de la courbe de plus rapide descente; mais c'est sans doute parce qu'il n'avait pas les méthodes pour les résoudre.*

Je considère ce problème comme tellement facile que je n'eus besoin, pour le résoudre, de recourir à aucun calcul, car, reposant sur mon lit et n'ayant sous la main ni papier ni plume, je le résolus pleinement de tête.

« *Problema curvæ solidi minimæ resistantiæ vocat Duillerius magis arduæ disquisitionis quam problema celerrimi descensus; sed talis fuit illi forte, qui genuinam solvendi methodum non habebat. Hoc enim problema tantæ facilitatis deprehendo, ut ad ejus solutionum nullo prorsus calculo fuerit mille opus. Nam charta et calamo destitutus, et in lecto decumbens, solius imaginationis ope plenarie id solvi.* »

D'après l'Hospital, qui s'en étonne gauloisement, Duiller avait fait intervenir des fluxions de fluxions dans sa solution du problème ; on pourra, si l'on veut, en conclure deux choses : la première, que ce Duiller était un pauvre géomètre, et la seconde, que Newton n'avait pas pu pousser la générosité jusqu'à lui éviter le ridicule.

Nous ne pouvons pas caractériser ici à l'avance la classe particulière de questions que traitèrent Leibniz, l'Hospital, les Bernoulli et quelques autres de leurs amis du continent. Mais nous le ferons bientôt à l'occasion des travaux des deux Bernoulli. Nous montrerons alors que le problème résolu par Newton rentrait effectivement dans cette classe. Nous aurons encore, plus tard, à revenir sur ces mêmes questions pour les distinguer de celles, en apparence analogues, qui ne pouvaient être traitées sans de trop grandes longueurs que par le calcul des variations.

FLAMSTEED (JOHN).

(Né à Derby en 1646, mort à Greenwich en 1719.)

Il étudia l'Astronomie presque seul jusqu'en 1669. A cette époque, il communiqua à la Société Royale de Londres diverses notes qui lui valurent les encouragements de ce corps savant et le mirent en relations avec les hommes les plus éminents de la Science. En 1675, il entra dans les ordres, probablement pour se créer des moyens d'existence. En 1676, Charles II l'appela à la direction de l'Observatoire de Greenwich, qu'il venait de fonder et doter. Flamsteed conserva ce poste jusqu'à sa mort. Ses principaux ouvrages sont : *Doctrine de la sphère, fondée sur le mouvement de la terre*, insérée en 1680 dans le *Cours de Mathématiques* de Jones Moore; *Historia cælestis britannica, tribus voluminibus contenta;* l'impression en fut commencée en 1704 aux frais du prince Georges de Danemark, suspendue à la mort de ce prince, puis continuée aux frais de Flamsteed, et achevée par ses héritiers; enfin son *Catalogue d'étoiles*, qui a immortalisé son nom.

La *Doctrine de la sphère* contient l'explication d'une méthode, dont l'indication par Képler avait passé inaperçue, méthode permettant de représenter graphiquement les phases des éclipses de soleil et de déterminer les points de la terre d'où ces éclipses seront visibles, invisibles, auront leur plus longue durée, etc. Cette invention a été contestée à Flamsteed par Cassini, qui n'y avait pas de droits sérieux. Dans ce même Ouvrage, Flamsteed donne la durée de la révolution vraie du soleil autour de son axe, c'est-à-dire la durée de sa révolution par rapport aux étoiles, ou dégagée du mouvement de la terre; il fixe cette durée à vingt-cinq jours un quart, ce qui est assez exact. On trouve aujourd'hui $25^j,34$. La première application qu'il fit de sa méthode pour la représentation des phases des éclipses de soleil remonte à 1668; il communiqua son dessin à son ami et patron Jones Moore, qui le présenta à la Société Royale de Londres. Ce fut l'origine de sa fortune scientifique.

L'*Historia cælestis britannica* comprend les observations faites par Flamsteed de 1675 à 1689, pour le premier volume, de 1689 à 1720, pour le second. Le troisième volume contient les catalogues d'étoiles de Ptolémée, d'Ulugh-Beigh, de Tycho, du Landgrave, d'Hévélius et celui de l'auteur.

Flamsteed a particulièrement rendu service à la Science par les soins qu'il prit de perfectionner les instruments d'observation. Aussitôt qu'il fut nommé directeur de l'Observatoire Royal, il acquit de bons objectifs et un quart de cercle en fer de trois pieds de rayon. Jones Moore l'autorisa à faire construire à ses frais un sextant en fer, de six pieds de rayon garni d'un limbe de cuivre et muni de vis micrométriques pour la mesure des angles. Moore lui donna cet instrument et deux horloges à pendules qu'il avait travaillées lui-même. Flamsteed fit plus tard construire différents cercles muraux, dont le dernier, établi par Abraham Sharp, exigea quatorze mois de travail et coûta 120 livres. Le rayon de ce cercle mural était de 79 pouces et demi anglais. Flamsteed s'en servait pour déterminer les distances zénithales méridiennes, auxquelles il suffisait de joindre les heures des passages pour pouvoir placer tous les astres sur la sphère. C'est la méthode moderne; elle avait été indiquée par Picard, qui ne put obtenir du gouvernement français les fonds nécessaires à l'établissement des instruments qu'il avait rêvés, et que Flamsteed fit construire.

La *Méthode des déclinaisons correspondantes*, employée par Flamsteed pour la détermination simultanée des ascensions droites du soleil et d'une étoile, avait été aussi, sans aucun doute, conçue par Picard; mais rien ne prouve que Flamsteed ait eu connaissance des projets formés par l'astronome français. « Laissons donc, dit Delambre, l'honneur de cette méthode à Flamsteed, qui l'a pratiquée aussi bien qu'il était possible alors; mais qu'il nous soit permis de regretter que Picard ait été réduit à l'inaction et privé de l'honneur d'avoir mis son nom à une méthode fondamentale, qu'il voulait nous apprendre en la pratiquant lui-même. » Cette méthode consiste à comparer les observations faites sur les étoiles à deux époques où la déclinaison du soleil est la même, avant et après le solstice, par conséquent. En supposant, ce qui est à peu près vrai, que le soleil reprenne des déclinaisons égales à des époques également éloignées du solstice, deux observations du soleil faites à deux époques ainsi choisies fourniront, par une moyenne, l'époque du passage au solstice; d'ailleurs, la demi-somme des ascensions droites du soleil, prises par rapport à une même étoile, aux mêmes époques, fournit l'ascension droite du solstice par rapport à cette même étoile, tandis que leur demi-différence fournit la différence en ascension droite du soleil et du solstice; en ajoutant cette demi-différence à 90°, ou en l'en retranchant, on a, aux deux époques, les ascensions droites du soleil, rapportées, comme on voulait, à l'équinoxe; enfin, en ajoutant ou en retranchant à ces ascensions droites du soleil les différences en ascensions droites de cet astre et de l'étoile observée, on a les ascensions droites de cette étoile, rapportées aussi à l'équinoxe, aux époques des deux observations. Ces deux dernières ne devraient différer l'une de l'autre qu'en raison de la précession; on en prendra la moyenne pour avoir l'ascension droite de l'étoile. C'est par cette méthode, alors nouvelle, que Flamsteed a formé son catalogue de près de 3000 étoiles, et qu'il a établi des tables du soleil où les erreurs dépassent rarement 3′ en plus ou en moins.

« Flamsteed, ajoute Delambre, n'était pas assez scrupuleux dans l'évaluation des fractions de seconde. Il n'avait qu'un fil à sa lunette pour les passages, et d'autres astronomes lui avaient donné l'exemple d'en mettre au moins trois. Ses vis sans fin ne valaient pas d'autres micromètres déjà connus. Mais, avec tout ce qu'elle laisse à désirer, son *Histoire céleste* n'en est pas moins un monument qui place son auteur en première ligne avec les auteurs qui ont le mieux mérité de la Science. »

Les projections stéréographiques ou orthographiques altérant trop les figures de certaines constellations. Flamsteed imagina, pour ses cartes du ciel, le système où les parallèles sont développés en vraie grandeur suivant des droites parallèles, et où les cercles horaires sont les lignes courbes reliant les points de division des parallèles en degrés. Ce point exige un développement particulier.

La surface de la sphère n'est point développable, et la terre est sensiblement sphérique ; il est donc impossible de représenter sur un plan, avec une rigoureuse exactitude, la surface ou une portion de la surface de la terre. Mais une zone sphérique d'une très petite largeur ne diffère pas sensiblement de la surface convexe d'un cône tronqué, et, comme cette dernière est exactement développable sur un plan, on peut, en opérant ce développement, obtenir une représentation d'autant meilleure de la zone, que sa hauteur est moindre. Telle est l'origine des *projections par développements coniques*.

Dans ce mode de projection, les parallèles deviennent des arcs de cercles ayant pour centre commun le sommet du cône, et les méridiens, des droites concourant à ce sommet. Pour atténuer l'altération des aires, Flamsteed a employé, dans son *Atlas céleste*, un mode de projection auquel son nom est resté attaché. Dans ce mode, le méridien du milieu de la carte et les parallèles sont développés en lignes droites, tandis que tous les autres méridiens sont courbes ; ce qui permet de représenter le quadrilatère compris entre deux méridiens et deux parallèles quelconques, sur la surface de la sphère, par un quadrilatère équivalent sur la carte, mais ce qui présente aussi le désavantage d'altérer considérablement la configuration des parties situées vers les limites de la carte.

Tout en adoptant la projection de Flamsteed, pour ce qui concerne les méridiens, les géographes en ont diminué les inconvénients en rendant circulaires tous les parallèles, et les faisant concentriques au parallèle moyen, qui a pour rayon la cotangente de sa latitude. C'est d'après la projection de Flamsteed, ainsi modifiée, que Bonne et Delisle ont construit leurs cartes.

PAPIN (DENIS).

(Né à Blois en 1647, mort à Marbourg (Hesse-Cassel) vers 1714.)

Son père était médecin; lui-même étudia la Médecine à l'Université protestante d'Angers et s'y fit recevoir docteur en 1669. Il vint peu de temps après à Paris et s'y lia avec Huyghens, qui l'associa à quelques-uns de ses travaux, notamment à des recherches sur l'emploi de la poudre pour soulever des poids considérables (1671).

Papin publia à Paris, en 1674, son premier Ouvrage, intitulé *Nouvelles expériences pour faire le vide*. Il partit pour l'Angleterre en 1675 et s'y lia bientôt avec Robert Boyle, à qui il fit connaître différents perfectionnements qu'il avait apportés à la construction de la machine pneumatique. C'est celle de Papin qu'ils employèrent dans leurs recherches en commun. « M'étant aperçu, dit Boyle, que la pompe pneumatique dont se servait

M. Papin était de son invention, fabriquée par lui-même et qu'il la manœuvrait plus aisément que la mienne, je lui laissai la liberté de l'employer de préférence, parce qu'il savait très bien la faire jouer et qu'il n'avait besoin de personne pour la réparer. » Robert Boyle le fit nommer membre de la Société Royale de Londres en 1681. D'après Boyle, ce serait Papin qui aurait imaginé d'employer deux corps de pompe dans la machine pneumatique, et de faire le vide, non plus dans un ballon muni d'un robinet, mais sous une cloche placée sur un plateau, ce qui constitue deux perfectionnements considérables.

Papin publia à cette époque la théorie de son *Digesteur*, nommé depuis *Marmite de Papin*, avec le sous-titre *Manière d'amollir les os et de faire cuire la viande en peu de temps et à peu de frais* (Londres 1681, Paris 1682). Il y démontrait la possibilité d'amener l'eau à une température supérieure à 100°, en la chauffant dans un vase clos.

Il revint à Paris en 1685, mais la révocation de l'Édit de Nantes l'obligea à s'expatrier, définitivement cette fois. Il se réfugia en Angleterre où il fut reçu avec honneur. Il travaillait alors à une *machine destinée à transporter au loin la force des rivières*.

Les mémoires qu'il faisait paraître dans les *Transactions philosophiques* et dans les *Acta Eruditorum* étendirent sa réputation, et, la chaire de Mathématiques de Marbourg lui ayant été offerte par le landgrave de Hesse, en 1687, il l'accepta, mais n'abandonna pas pour cela ses travaux favoris.

Il fit à Cassel, qu'il habita à partir de 1695, des expériences remarquables et construisit d'ingénieuses machines : fourneaux pour couler des glaces, appareils pour conserves alimentaires, machines pour épuiser l'eau des salines, balistes pour lancer des grenades, pompes pour élever l'eau de la Fulda, etc.

L'Académie des Sciences de Paris le nomma membre correspondant en 1709. « Un peu avant cette date, dit Arago, Papin avait publié un mémoire dans lequel il donnait la description la plus exacte de la machine à feu appelée aujourd'hui machine atmosphérique et dont l'invention seule méritait que ce corps en fît un de ses associés. On avait bien eu avant Papin quelque idée de la force de l'air et de l'eau dilatés par la chaleur; mais aucune tentative n'avait été faite pour donner à cette force une application utile. »

C'est dans le mémoire intitulé *Description et usage de la nouvelle machine à élever l'eau* et publié en 1690 que se trouve la théorie de la machine à vapeur fonctionnant par le jeu alternatif d'un piston. Ce piston était poussé de bas en haut dans un corps de pompe vertical par la vapeur d'eau formée au-dessous de lui, à l'aide de la chaleur; lorsque le piston avait achevé sa course, on enlevait le feu, la vapeur, se refroidissant, perdait son élasticité, et la pression atmosphérique, s'exerçant au-dessus du piston, le forçait à redescendre.

Papin perfectionna encore sa machine et en donna une nouvelle description en 1707, dans un mémoire publié à *Leipzig* sous le titre : *Ars nova ad aquam ignis adminiculo efficatissima elevandam.* Mais Savery et Newcomen avaient établi leur première machine en 1705, et Papin convient, dans son *Ars nova,* de ce fait que les Anglais étaient arrivés aux mêmes résultats par les mêmes moyens.

Ce serait, paraît-il, Leibniz, qui, ayant vu fonctionner la machine de Savery en Angleterre, en aurait envoyé les dessins à

Papin en 1705, dessins d'après lesquels celui-ci, sur la demande du landgrave de Hesse, aurait construit sa machine pour élever l'eau de la Fulda. C'est, en effet, cette machine que Papin décrivit en 1707; mais il avait déjà donné la description de son cylindre à vapeur en 1690.

Papin s'était occupé, depuis plusieurs années, de la construction d'un bateau à rames mues par la vapeur, et l'avait achevé en 1704. Il écrivait à Leibniz en 1707 : « La force du courant était si peu de chose en comparaison de mes rames, qu'on avait de la peine à reconnaître que le bateau allait plus vite en descendant qu'en remontant. »

Son bateau aurait été mis en pièces par les bateliers du Weser, jaloux de leurs privilèges, et Papin serait alors retourné à Londres pour soumettre son invention à la Société Royale et demander les moyens de la mettre à exécution, mais il n'aurait rien obtenu. Il aurait quitté l'Angleterre en 1712, et serait retourné à Cassel en 1714, époque à partir de laquelle on ne sait plus rien sur son compte. Il est probable qu'après avoir épuisé ses dernières ressources pour perfectionner sa machine à vapeur, il mourut dans un état voisin de la misère.

J'avoue que, malgré tout ce qui a été dit et écrit sur ce point, je ne parviens pas à croire à la réalisation par Papin de la navigation à vapeur. Il me semble que la lenteur avec laquelle aurait nécessairement dû se mouvoir le piston de sa machine eût été une condition suffisante d'impossibilité, au moins pour remonter un courant même très faible.

RAPHSON (JEAN).

(Né vers 1647, mort en 1715.)

Il est connu pour avoir donné, en même temps que Newton, une méthode pour l'approximation des racines des équations numériques. Cette méthode, peu différente de celle de Newton, a été exposée par Wallis dans son Algèbre. Son principal Ouvrage est intitulé : *Analysis æquationum universalis* (Londres, 1697).

CÉVA (JEAN).

(Né en 1648, mort vers 1737.)

Il a laissé les Ouvrages suivants : *De lineis rectis se invicem secantibus* (1678); *Opuscula mathematica* (1682); *Geometriæ motus* (1692); *De re nummaria* (1711).

Le plus important est le premier, dont le titre complet est : *De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio;* il se recommande par la méthode particulière qu'emploie l'auteur, et par la découverte de théorèmes remarquables appartenant à la théorie des transversales.

Pour arriver, par exemple, à des relations entre les segments déterminés par une transversale sur les côtés d'un triangle, Céva place en différents points de la figure de petits corps ayant des poids convenables; le centre de gravité du système de ces corps peut être déterminé de plusieurs manières par les principes de la statique, et l'identification des résultats fournit les relations cherchées.

Ceva démontre d'abord de cette manière le théorème attribué à Ptolémée : une transversale qui coupe les trois côtés d'un triangle détermine sur ces côtés six segments tels que le produit de trois d'entre eux, n'ayant pas d'extrémités communes, est égal au produit des trois autres; puis il établit les suivants qui lui appartiennent : quand trois droites issues des sommets d'un triangle passent par un même point, les segments qu'elles déterminent sur les côtés opposés sont tels que le produit de trois d'entre eux, n'ayant pas d'extrémités communes, est égal au produit des trois autres; quand un plan rencontre les quatre côtés d'un quadrilatère gauche, il y forme huit segments tels que le produit de quatre d'entre eux, n'ayant pas d'extrémités communes, est égal au produit des quatre autres; quand une conique est inscrite dans un triangle, les droites qui vont des sommets du triangle aux points de contact des côtés opposés, se croisent en un même point.

L'*Appendice* de l'Ouvrage contient la solution, obtenue par des procédés analogues, de plusieurs questions, difficiles alors, concernant les aires de certaines figures planes, les volumes et les centres de gravité de divers solides.

M. Coriolis a fait de nouvelles applications du principe mis en œuvre par Céva.

CHÉRUBIN.

(Né à Orléans vers 1630.)

Capucin. Il se livra avec succès à l'étude des Sciences, devint un bon géomètre et un adroit mécanicien. Il perfectionna divers instruments d'optique et d'acoustique. Ses principaux ouvrages sont : la *Dioptrique oculaire* (1671), la *Vision parfaite* (1677) et l'*Expérience justifiée pour l'élévation des eaux* (1681).

LEFÈVRE (JEAN).

(Né à Lisieux vers 1650, mort à Paris en 1706.)

Fils d'un tisserand et ouvrier toilier jusqu'à trente-deux ans, il étudia seul les Mathématiques et l'Astronomie. Picard l'appela à Paris, en 1682, pour l'aider dans la rédaction de la *Connaissance des Temps,* et le fit entrer la même année à l'Académie des Sciences. La Hire, avec qui il vivait en mésintelligence, le fit exclure en 1701, sous le prétexte qu'il n'était pas assidu aux séances.

Lefèvre s'établit alors fabricant d'instruments de Mathématiques sur le quai de l'Horloge.

Il construisit, en 1705, un micromètre ingénieux, probablement d'après les vues de Picard.

SAVERY (THOMAS).

(Né vers 1650, mort en 1715.)

Il construisit, en 1698, la première machine où la tension de la vapeur d'eau fût employée pratiquement comme force motrice. Le principe de cette machine est celui qu'avait indiqué lord Worcester, mais Savery y parvint sans doute de son côté.

La vapeur, développée dans une chaudière séparée, était introduite dans un cylindre rempli d'eau et chassait cette eau dans un tuyau latéral. Les communications avec le tuyau et avec la chaudière étaient alors interrompues à l'aide de robinets, tandis qu'elles étaient rétablies avec un réservoir inférieur. La vapeur se condensant peu à peu dans le cylindre par le refroidissement de ses parois, aidé au besoin par un courant d'eau froide coulant le long de sa surface externe, la pression atmosphérique ramenait bientôt une certaine quantité d'eau du réservoir inférieur dans le cylindre. On fermait alors la communication avec ce réservoir, on ouvrait les deux autres, et une nouvelle masse d'eau s'élevait dans le tuyau latéral. On voit que le principe de cette machine était tout différent de celui sur lequel Papin avait fondé le projet de la sienne, et qui est resté seul en usage.

Savery avait décrit sa machine dans un ouvrage intitulé : *Miner's friend* (l'*Ami des mineurs*) et pris une patente. Peu après, Newcommen imagina la véritable machine à vapeur, fondée sur le principe qu'avait indiqué Papin, et Savery s'associa avec lui pour la faire construire. C'est pourquoi les premières machines à vapeur ont porté les deux noms accouplés de Savery et de Newcommen.

CHIRAC (PIERRE).

(Né à Conques (Rouergue) en 1650, mort en 1732.)

Il enseignait la Médecine et l'Anatomie à Montpellier lorsqu'il fut nommé médecin des armées en 1692. Appelé à Rochefort, où sévissait une fièvre pestilentielle nommée *mal de Siam*, il se voua à son service avec un dévouement tel qu'il fut lui-même atteint de la maladie. Le duc d'Orléans l'emmena dans ses campagnes d'Italie et d'Espagne. De retour en France, il eut, comme praticien, une vogue immense, remplaça, peu après, Fagon dans la surintendance du Jardin des Plantes et devint enfin premier médecin de Louis XV en 1731.

C'est à lui qu'est due la fondation de l'Académie de Médecine.

Le principal de ses ouvrages est le *Traité des fièvres malignes et pestilentielles qui ont régné à Rochefort en* 1694 (Paris 1742).

Il avait professé, dans sa chaire, à la Faculté de Montpellier, les idées physiologiques de Descartes et les théories de Borelli. Il légua, en mourant, une somme de quinze mille livres à l'Université de Montpellier, pour la fondation d'une chaire affectée à l'explication du Traité *De motu animalium.*

TSCHIRNHAUSEN (EHRENFRIED, WALTER DE)

Seigneur de Kislingswalde et de Stolzenberg.

(Né à Kislingswalde en 1651, mort à Dresde en 1708.)

Il servit quelque temps, comme volontaire, dans l'armée hollandaise, pendant la guerre que les États eurent à soutenir contre Louis XIV, puis il visita la France, l'Angleterre, la Sicile et l'Allemagne. Il revint à Paris en 1682 pour faire part de ses découvertes à l'Académie des Sciences, qui le nomma associé étranger. De retour dans son pays, il établit plusieurs verreries d'où sortirent des lentilles de verre de dimensions inconnues jusqu'alors. Il revint encore à Paris en 1701 pour faire de nouvelles communications à l'Académie. De grands chagrins domestiques avancèrent sa mort.

Outre ses mémoires insérés dans les recueils scientifiques, principalement dans les *Acta Eruditorum*, on a de lui : *Medicina corporis, seu cogitationes admodum probabiles de conservanda sanitate* (Amsterdam, 1686), et *Medicina mentis seu tentamen genuinæ logicæ, in qua disseritur de methodo detegendi incognitas veritates* (Amsterdam, 1687, et Leipzig, 1695).

Le principal titre de Tschirnhausen consiste dans l'invention des caustiques par réflexion (ou catacaustiques) qui portent son nom. Ces courbes fournirent, après les développées d'Huyghens, le second exemple d'enveloppes de lignes mobiles; c'est en 1682 qu'il les fit connaître dans une communication à l'Académie des Sciences.

On trouve dans le traité intitulé *Medicina mentis* l'idée d'une génération nouvelle et universelle des courbes par la pointe d'un style tendant un fil fixé à ses deux extrémités et s'enroulant sur une courbe convenable; l'auteur donnait une méthode pour construire la tangente à la courbe décrite.

Il s'était aussi beaucoup occupé de la construction de miroirs métalliques convergents, dans le but d'obtenir de grands effets calorifiques. On lit dans l'*Histoire de la Physique* de Poggendorff que « Tschirnhausen fit, en 1687, un miroir ardent, en cuivre, d'un diamètre de trois aunes de Leipzig et ayant une distance focale de deux pieds, à l'aide duquel il enflammait le bois, faisait bouillir l'eau, fondait du zinc de trois pouces d'épaisseur, perçait en cinq minutes des pièces d'un thaler ou des plaques de fer et de cuivre, vitrifiait les tuiles, la terre (il ne dit pas la Terre), etc. » Ce miroir, ajoute Poggendorff, doit encore exister dans le « Salon mathématique ». Sans doute on le conserve dûment enveloppé d'étoffes non translucides, pour qu'il ne mette pas maladroitement le feu à l'établissement.

Pour cuire le poisson, ou les écrevisses, dans le vivier même, Tschirnhausen, toujours d'après Poggendorff, se servait de préférence de verres ardents. J'ai dit *dans le vivier*, pour que la chose parût plus croyable; peut-être était-ce dans la rivière, car Poggendorff dit simplement *dans l'eau*.

Tschirnhausen avait publié, dans les *Acta Eruditorum*, une étude des caustiques du cercle et de la cycloïde, dans l'hypothèse de rayons parallèles entre eux, mais il s'y était trompé sur plusieurs points. Jean Bernoulli a relevé ses erreurs et est arrivé à des théorèmes intéressants que Tschirnhausen n'avait pas entrevus.

En somme, Tschirnhausen a émis des vues neuves et ingénieuses, mais n'a pas su en tirer parti.

SHARP (ABRAHAM).

(Né près de Bradford en 1651, mort à Bradford en 1742.)

Il était teneur de livres, après avoir fait bien d'autres métiers, lorsque Flamsteed le découvrit et l'appela à l'observatoire de Greenwich, où il rendit de grands services. Il eut une large part à la confection du fameux catalogue d'environ 3000 étoiles laissé par Flamsteed, dressa la plupart des tables qui remplissent le second volume de l'*Historia cœlestis* et dessina les cartes de l'atlas qui accompagne la seconde édition de cet Ouvrage.

On lui doit aussi des tables de sinus, de tangentes et de logarithmes, publiées en 1717. Il calcula le rapport de la circonférence au diamètre avec 72 décimales.

HOMBERG (GUILLAUME).

(Né à Batavia en 1652, mort à Paris en 1715.)

Son père était officier au service de la compagnie hollandaise des Indes. Homberg fit ses premières études à Amsterdam; il alla ensuite étudier le droit à Magdebourg, et y fut même reçu avocat en 1674; mais s'y étant lié avec Otto de Guericke, il abandonna le droit pour les Sciences. Il visita ensuite l'Italie, puis se fit recevoir docteur en médecine à Wittemberg, parcourut l'Allemagne, la Hongrie, la Bohême et la Suède, enfin se rendit à Paris à l'appel de Colbert. Après la mort de Colbert, il alla exercer la médecine à Rome, mais il revint à Paris en 1691, appelé par Bignon, qui le fit nommer membre de l'Académie des Sciences et le mit à la tête du laboratoire de cette Société. Le duc d'Orléans se l'attacha, en 1702, comme professeur de Chimie.

C'est Homberg qui a débrouillé l'histoire du phosphore et de ses variétés et qui en a indiqué la préparation méthodique. Ses expériences sur la saturation des acides par les alcalis et sur la neutralité des sels ont jeté les premières bases de la loi des proportions définies. Il a appelé l'attention des savants sur l'augmentation de volume de l'eau, lors de sa congélation, sur son évaporation dans le vide, sur la fusibilité et la volatilité des métaux; il a découvert l'acide borique, qui porte encore dans les pharmacies le nom de sel de Homberg; enfin il a perfectionné les moyens d'extraction des huiles essentielles fournies par les végétaux.

ROLLE (MICHEL).

[Né à Ambert (Auvergne) en 1652, mort en 1719.]

Il vint à Paris à vingt-trois ans et commença par vivre du métier de copiste. Ses travaux mathématiques le menèrent à l'Académie des Sciences.

Là, il se fit principalement connaître par ses disputes avec l'abbé du Gua sur la règle des signes de Descartes, avec Varignon et Saurin sur les principes du calcul différentiel, qu'il rejetait entièrement.

Il restera de lui la remarque très simple, mais heureuse, qui porte le nom de *théorème de Rolle.* Cette remarque, négligée pendant longtemps, a été depuis remise en lumière et peut fournir en effet la base d'une méthode plus rapide que toute autre pour la résolution par approximation des équations numériques.

Rolle prétendait bien que son théorème pouvait suffire à cette résolution, mais, outre qu'il avait eu l'art de se déconsidérer par des querelles maladroites, mal fondées et encore plus mal soutenues, on lui objectait l'incertitude où l'on était sur le nombre total des racines réelles, incertitude que sa méthode laissait subsister.

Cette incertitude aurait effectivement formé, dans la mise en pratique, un obstacle, dans le cas surtout où deux racines réelles ou imaginaires conjuguées auraient extrêmement peu différé l'une de l'autre; mais la difficulté peut être aisément levée, même dans ce cas.

Rolle a laissé un *Traité d'Algèbre* (1692), une *Méthode pour la résolution des équations indéterminées* (1696), un *Mémoire sur la question inverse des tangentes*, et divers opuscules.

BION (NICOLAS).

(Né en 1652, mort à Paris en 1733.)

Habile fabricant d'instruments de Mathématiques et d'Astronomie, il possédait aussi les connaissances théoriques relatives à son art. Il a laissé les ouvrages suivants : *Usage des globes célestes et terrestres et des sphères, suivant les divers systèmes du Monde* (1699); *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de Mathématiques* (1752); *Description et usage d'un planisphère nouvellement construit* (1727).

SAUVEUR (JOSEPH).

(Né à La Flèche en 1653, mort à Paris en 1716.)

Atteint de surdité en naissant, il resta muet jusque vers l'âge de six ans, époque où il recouvra en partie l'ouïe et la parole.

De bonne heure, il manifesta une remarquable aptitude pour la Mécanique et il apprit les Mathématiques presque sans maître.

Son père, qui était notaire, le destinait à l'état ecclésiastique. Il l'abandonna à lui-même lorsqu'il le vit s'obstiner à ne vouloir s'occuper que de Sciences.

Sauveur, presque sans argent, partit un jour pour Paris, où il fut forcé de donner des leçons pour vivre. Ayant été distingué par Mme de La Sablière, il compta bientôt parmi ses élèves des jeunes gens appartenant aux premières familles de la cour et fut nommé, en 1680, maître de Mathématiques des pages de la dauphine.

Il devint professeur au Collège de France en 1686. Le grand Condé montrait pour lui beaucoup d'affection et l'appelait souvent à Chantilly, où il fit des expériences hydrostatiques avec Mariotte.

En 1691, Sauveur alla assister au siège de Mons, pour y étudier l'art des fortifications, et il entra à l'Académie des Sciences en 1696.

Ses expériences d'acoustique et sa théorie musicale lui acquirent une grande réputation. Avec l'aide de musiciens habiles, il parvint à déterminer, soit dans un tuyau d'orgue, soit dans une corde sonore, le nombre de vibrations correspondant à un son fixe pris pour terme de comparaison, et il créa l'acoustique musicale. Outre ses remarquables expériences sur les cordes et les lames vibrantes, on lui doit la démonstration mathématique de la formule qui exprime par une exponentielle la résistance due au frottement d'une corde enroulée sur un cylindre. Sauveur publia une *Géométrie élémentaire* (in-4°) et plusieurs mémoires qui parurent dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*, notamment : *Détermination d'un son fixe* (1702); *Application des sons harmoniques à la composition des jeux d'orgues* (1707); *Méthode générale pour former les systèmes tempérés de musique* (1711); *Table générale des systèmes tempérés de musique* (1713); *Rapport des sons des cordes d'instruments de musique* *aux flèches des courbes et nouvelle détermination de sons fixes* (1713); *Sur le système général des intervalles des sons*, etc.

BERNOULLI (JACQUES).

(Né en Bâle en 1654, mort dans la même ville en 1705.)

La famille des Bernoulli était originaire d'Anvers; elle se réfugia en Suisse vers la fin du XVI^e siècle pour échapper aux persécutions religieuses.

Destiné par son père à la chaire évangélique, Jacques Bernoulli préféra les Sciences à la Théologie, et choisit pour emblème Phaéton conduisant le char du Soleil, avec cette devise : *Invito patre, sidera verso.* Il visita la France, la Hollande et l'Angleterre De retour en Suisse, il fut nommé, en 1687, professeur à l'université de Bâle, puis associé aux Académies de Paris et de Berlin.

Ses œuvres ont été publiées à Genève, en 1744, sous le titre : *Jacobi Bernoullii Basileensis opera.*

Jacques et Jean Bernoulli furent les premiers géomètres qui comprirent la portée de la révolution opérée par Leibniz, et se mirent en état de profiter de la nouvelle méthode.

Leibniz avait proposé, en 1687, le problème de la courbe *isochrone*, c'est-à-dire telle qu'un mobile pesant assujetti à la parcourir, descendrait de quantités égales dans des temps égaux. Huyghens avait résolu le problème sans recourir à d'autres méthodes que celles qu'il avait employées dans ses autres recherches; Leibniz, bien entendu, avait aussi la solution du problème; elle fut publiée de part et d'autre, mais sans explications. Jacques

Bernoulli la chercha à son tour et la publia avec les développements nécessaires.

Leibniz proposa ensuite de trouver la courbe que devrait parcourir un corps pesant pour que sa distance à un point fixe variât de quantités égales dans des temps égaux; Jacques et Jean Bernoulli résolurent tous deux le problème.

Ce fut au tour de Jacques Bernoulli de proposer aussi quelque question difficile : il demanda la figure que prendrait un fil pesant fixé en deux de ses points. Leibniz, Huyghens et Jean Bernoulli résolurent le problème.

Jacques Bernoulli compliqua ensuite la question en supposant la corde inégalement dense, puis extensible, puis sollicitée en chacun de ses points par une force dirigée vers un centre fixe. Il donna les solutions de toutes ces questions nouvelles, mais sans explications; son frère Jean, qui les avait aussi résolues, en donna la théorie.

Jacques Bernoulli posa ensuite la question de la figure d'une lame élastique encastrée par l'une de ses extrémités et courbée par l'effort d'un poids attaché à l'autre; puis de la figure d'une surface rectangulaire flexible, dont deux côtés seraient fixés horizontalement à la même hauteur, et qui serait remplie d'un liquide pesant retenu sur les bords par des faces planes verticales; enfin de la figure d'une voile rectangulaire enflée par le vent, et résolut toutes ces questions.

Jean Bernoulli ayant à son tour proposé le problème de la brachystochrone, Jacques le résolut aussi.

Les deux frères commençaient à se jalouser mutuellement : Jacques adressa directement à Jean le défi de trouver parmi toutes les cycloïdes partant d'un point donné celle qui mènerait le plus vite un mobile de ce point à une verticale donnée. Jean ne se contenta pas de résoudre le problème, mais il l'étendit considérablement.

Jacques, alors, proposa de trouver, parmi toutes les courbes semblables construites sur un même axe horizontal et ayant même sommet, celle dont la portion comprise entre ce sommet et une ligne donnée serait parcourue dans le moindre temps. Jean résolut encore la question et répliqua par cette autre : De toutes les demi-ellipses construites sur un même axe horizontal, quelle serait celle qui serait parcourue dans le temps minimum? Mais Jacques la résolut (1698).

Jean proposa bientôt après le problème de la courbe la plus courte entre deux points, sur une surface donnée, par exemple un conoïde parabolique, et celui des trajectoires orthogonales.

Jacques résolut le premier, dans les termes où il était posé, sans chercher à atteindre à une solution générale que Jean donna, mais beaucoup plus tard.

C'est alors que Jacques proposa à son frère le fameux problème des isopérimètres, qui devait être la cause de leur brouille. Jean s'y était trompé en partie; il adressa sa solution à Leibniz, puis publia dans les *Acta* les résultats auxquels il était parvenu, et réclama le prix convenu. Jacques, sans pouvoir s'expliquer plus clairement, invitait son frère à revoir ses calculs; mais celui-ci, fort de l'approbation un peu trop prompte de Leibniz, soutenait la justesse de son analyse.

Jacques finit par publier sa théorie en 1701. Il mourut peu de temps après.

Jean adressa la sienne à l'Académie des Sciences de Paris. Elle parut en même temps, en 1706, en latin, dans les *Acta*, et en français dans les Mémoires de l'Académie des Sciences.

Elle contenait des erreurs que Jean reconnut et corrigea en 1718 dans un grand mémoire sur la question, inséré dans le recueil de l'Académie des Sciences.

Les œuvres de Jacques Bernoulli composent deux gros volumes *in quarto*, mais nous n'aurons à nous occuper que des opuscules qui contiennent les découvertes de l'éminent géomètre.

Il s'en faut beaucoup que ceux de ses Ouvrages dont nous devrons nous borner à donner les titres soient dépourvus de mérite; mais ou bien ils ont rapport à des questions qui ne pouvaient pas encore être traitées complètement à l'époque, ou bien, au contraire, ils touchent à des points de doctrine déjà éclaircis et constituent des leçons à l'usage des élèves de l'illustre professeur.

Voici les principaux de ces écrits :

Conamen novi systematis cometarum, avec cette devise : *Difficulter eruuntur quæ tam alte jacent;* publié pour la première fois à Amsterdam en 1682.

Dissertatio de gravitate ætheris; publié pour la première fois à Amsterdam en 1683.

Dubium circa causam gravitatis. (*Acta Eruditorum*, 1686.)

Usus logicæ in physica. (Basle, 1686.)

Nova ratio metiendi altitudines nubium. (*Acta Eruditorum*. 1688.)

Animadversio in Geometriam Cartesianam et constructio quorumdam problematum hypersolidorum. (*Acta Eruditorum*, 1688.)

De Seriebus infinitis earumque summa finita, en cinq parties, publiées à diverses époques.

Notæ et animadversiones tumultuariæ in Geometriam Cartesii; éditées d'abord à Francfort, en 1695.

Véritable hypothèse de la résistance des solides, avec la démonstration de la courbure des corps qui font ressort. (Histoire de l'Académie des Sciences de Paris, 1705.)

Et différents mémoires sur la navigation, sur le centre de percussion, etc.

La plupart de ces Ouvrages sont assez étendus. Au contraire, les grandes découvertes de Jacques Bernoulli sont consignées dans des articles généralement fort courts, publiés à mesure dans les journaux du temps, et qui sont restés tels qu'ils étaient issus d'un premier jet.

Ce sont ces articles que le lecteur peut désirer connaître, et ce sont les seuls dont nous nous soyons proposé de donner l'analyse.

Ils sont tous rédigés avec soin, bien écrits et bien conçus; on n'y trouve plus d'erreurs, et, sous ces différents rapports, l'étude en est facile. Mais l'analyse que nous en donnerons ne sera pas aussi intéressante qu'elle pourrait l'être, parce que, pour la rendre complète, il faudrait trop de détails. Cela tient à ce que les disciples de Leibniz, Jacques et Jean Bernoulli et le marquis de l'Hospital, vivaient pour ainsi dire en commun, de sorte que les mêmes questions étaient traitées en même temps par tous les trois et le plus souvent encore par Leibniz et Huyghens, mais non isolément, car les sujets de concours étaient souvent concertés, les chances de succès pesées et discutées, les idées, les vues et les moyens de réussir communiqués à l'avance par conversation ou par correspondance, de sorte que les solutions sont rarement unipersonnelles, alors même qu'elles apparaissent distinctes, parce qu'elles ne diffèrent que par la mise en œuvre des mêmes méthodes, préalablement établies en commun.

La délimitation exacte des droits de chacun serait donc très difficile. Mais je dois dire que ce point de vue ne m'a jamais beaucoup préoccupé, ce qui a fait, par exemple, qu'il m'est souvent arrivé, pour abréger, de sacrifier sans scrupule les esprits médiocres, qui avaient remué inutilement des idées encore mal conçues, aux savants qui ont su en tirer parti. Je crois, en effet, que l'histoire des Sciences doit être écrite plutôt en vue des enseignements qui peuvent en résulter, que pour servir au règlement des comptes des savants. En d'autres termes, il me paraît plus intéressant de rechercher en quoi consiste une idée et de quelle autre idée elle procède, que de savoir quels pères lui ont donné naissance et pour quelle part chacun.

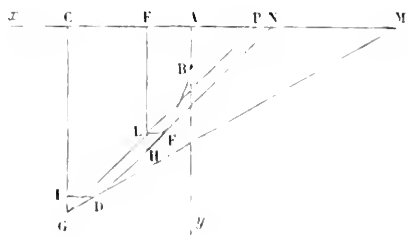
Analysis problematis antehac propositi, de inventione lineæ descensus a corpore gravipercurrendæ uniformiter, sic ut temporibus æqualibus æquales altitudines emetiatur. C'est-à-dire : *Solution du problème de la courbe qu'un corps pesant parcourrait de manière à descendre de hauteurs égales en des temps égaux.* (*Acta Eruditorum*, 1690.)

Il s'agit, comme on voit, de la courbe que Leibniz appelait *isochrone.*

Huyghens avait donné sans explications (*nudam*) la solution de ce problème dans les *Nouvelles de Rotterdam ;* Leibniz avait ensuite publié la sienne dans les *Acta Eruditorum*, mais synthétique. Jacques Bernoulli traite la question par l'analyse infinitésimale, afin, dit-il, d'inviter le célèbre Géomètre (Leibniz) à appliquer sa méthode au nouveau problème qu'il va proposer (celui de la chaînette).

Soient BHG (*fig.* 4) la courbe cherchée, A le point situé sur la verticale du point B à la hauteur d'où le corps aurait dû tomber librement pour acquérir en B la vitesse qu'on lui suppose en ce point;

Fig. 4.



H et G un point quelconque et un point fixe de la courbe; soient d'ailleurs F et D deux autres points de cette courbe, infiniment voisins respectivement de H et de G, et dont les altitudes GI et HL, par rapport à ces derniers, soient égales; que l'on prolonge GD et HF jusqu'à leurs rencontres en M et N avec l'horizontale du point A, prise pour axe des x, et que l'on mène GP parallèle à HN : par hypothèse, les temps employés par le mobile à parcourir les arcs FH et DG seront égaux, les vitesses de ce mobile en F et D ou en H et G seront donc comme

$$FH : DG,$$

mais d'ailleurs les quarrés de ces vitesses seront comme les hauteurs EH et CG dont le corps sera descendu; on aura donc

$$\frac{\mathrm{EH}}{\mathrm{CG}} = \frac{\overline{\mathrm{FH}}^2}{\overline{\mathrm{DG}}^2} = \frac{\dfrac{\overline{\mathrm{FH}}}{\overline{\mathrm{HL}}^2}}{\dfrac{\overline{\mathrm{DG}}^2}{\overline{\mathrm{GI}}^2}} = \frac{\dfrac{\overline{\mathrm{GP}}^2}{\overline{\mathrm{GC}}^2}}{\dfrac{\overline{\mathrm{GM}}^2}{\overline{\mathrm{GC}}}} = \frac{\overline{\mathrm{GP}}^2}{\overline{\mathrm{GM}}^2}.$$

Ainsi la question est ramenée à trouver la courbe qui jouirait de cette propriété que le rapport des ordonnées de deux de ses points fût l'inverse du quarré de celui des parties interceptées par l'axe des x sur les parallèles aux tangentes à la courbe en ces deux points, qui seraient menées par un point du plan.

Cette définition de la courbe en fournit aisément l'équation : soient

$$\mathrm{CG} = a, \quad \mathrm{GM} = b, \quad \mathrm{AE} = x \quad \text{et} \quad \mathrm{EH} = y:$$

on aura évidemment

$$\frac{y}{a} = \frac{a^2(dx^2 + dy^2)}{b^2 dy^2},$$

ou

$$dy\sqrt{b^2 y - a^3} = dx\sqrt{a^3};$$

et, en intégrant,

$$\frac{2b}{3}\left(y - \frac{a^3}{b^2}\right)\sqrt{y - \frac{a^3}{b^2}} = x\sqrt{a^3}.$$

Jacques Bernoulli n'ajoute pas de constante. Nous avons vu que Leibniz l'avait repris là-dessus; il avait raison de poser le principe, mais il avait tort dans l'espèce, Jacques s'étant donné un point G de la courbe par son ordonnée CG et par la longueur de la tangente GM en ce point, et la courbe qu'il trouve satisfaisant bien à cette condition.

Jacques Bernoulli est toujours rigoureusement exact, parce qu'il prend la peine de vérifier chacun des résultats auxquels il parvient par une nouvelle démonstration, synthétique si la première était analytique, et réciproquement.

On remarquera sur la solution précédente combien les notations étaient encore défectueuses, car il eût été plus naturel d'introduire comme données la hauteur AB et l'accélération g des graves. Celles que choisit Bernoulli ne font pas du tout image.

Specimen calculi differentialis in dimensione Parabolæ helicoidis, ubi de flexuris curvarum, earumdem evolutionibus, aliisque, ou *Spécimen de calcul différentiel sur la mesure de la parabole helicoïde, les points d'inflexion des courbes, leurs développées, etc.* (*Acta Eruditorum*, 1691.)

« Ayant appris par le dernier numéro des *Actes* que la solution que j'y ai donnée, au moyen de son calcul différentiel, du problème proposé par lui, n'avait pas déplu au célèbre M. Leibniz (il s'agit du problème de la courbe isochrone), j'ai pensé qu'il verrait aussi avec plaisir le spécimen suivant que je donne en faveur de ceux de nos lecteurs qui se plaisent à ce calcul, parce qu'ils auraient pu ne pas trouver assez clair ce que cet homme ingénieux a publié dans les *Actes*, en 1684, sur son invention, et pour montrer comment la méthode doit être appliquée.

« J'avoue cependant que celui qui aurait compris le calcul de Barrow pourrait à peine ignorer celui de Leibniz, car celui-ci est fondé sur l'autre et n'en diffère au plus que par la notation des différentielles et une abréviation des calculs. »

La parabole hélicoïde ou spirale parabolique dont il est question dans ce mémoire est une courbe imaginée à plaisir pour fournir un thème à des applications de quelques théories de géométrie analytique ressortissant au calcul infinitésimal.

L'auteur suppose que l'axe d'une parabole roule sans glisser sur la circonférence d'un cercle, il considère l'ordonnée de cette parabole dont le pied, sur l'axe, se trouve, à un moment donné, coïncider avec le point de contact de l'axe et de la circonférence : c'est l'extrémité de cette ordonnée qui engendre la parabole hélicoïde.

Si l'on prend pour origine sur la circonférence fixe le point où se trouvait d'abord le sommet de la parabole, qu'on désigne par x un arc compté à partir de cette origine sur la circonférence considérée et par y l'ordonnée de la parabole correspondant à la même abscisse x, on pourra considérer x et y comme les coordonnées d'un point de la courbe, dans un système assez analogue au système de coordonnées polaires, et l'équation de cette courbe sera, dans ce système,

$$y^2 = 2px.$$

Bernoulli se propose de trouver la tangente à cette courbe et ses points d'inflexion; de la quarrer et de la rectifier.

Il donne à cette occasion une théorie en règle des points d'inflexion tant en coordonnées cartésiennes qu'en coordonnées polaires; et refait celle des développées, en y appliquant le calcul.

Specimen alterum calculi differentialis in dimetienda spirali logarithmica, loxodromiis nautarum et areis triangulorum sphæricorum, c'est-à-dire : *Nouveau Spécimen de calcul diffé-*

rentiel appliqué à la mesure de la spirale logarithmique, des loxodromies des navigateurs et des triangles sphériques. (*Acta Eruditorum*, 1691.)

« La spirale logarithmique, dit Jacques Bernoulli, est la courbe qui est coupée sous un même angle par tous les rayons partant d'un même point ; elle a été étudiée par Wallis et par Barrow, et je n'en parlerais pas si elle n'avait des affinités avec les loxodromies dont je vais m'occuper ; car elle serait une vraie loxodromie si la Terre était plate. »

Il donne donc la rectification et la quadrature de la spirale logarithmique.

« Une loxodromie est une courbe qui coupe tous les méridiens sous un même angle. »

Il rectifie et quarre la surface limitée sur la sphère par cette courbe et par des arcs de grands cercles. Il indique ensuite un moyen de construire une aire plane équivalente à celle d'un triangle sphérique rectangle. Mais la figure de cette aire est un trapèze mixtiligne birectangle dont il faudrait naturellement construire par points le côté courbe.

Additamentum ad problema funicularium, ou *Addition au problème de la chaînette.* (*Acta Eruditorum*, juin 1691.)

Nous avons déjà dit que c'est Jacques Bernoulli qui proposa le problème de la *chaînette ;* Leibniz, Huyghens et Jean Bernoulli le résolurent presque aussitôt; leurs solutions furent publiées dans les *Actes de Leipzig* en 1691. Jacques ne donna pas la sienne, mais il étendit considérablement le problème et y ajouta ceux des figures que prennent une voile tendue par le vent et une lame élastique tendue par un poids suspendu à l'une de ses extrémités.

Nous passons sur différents cas du problème de la chaînette où Jacques Bernoulli suppose successivement le poids de l'élément du fil proportionnel à sa projection sur une horizontale ou une verticale et à différentes puissances de cette projection; mais nous retenons celui où il suppose le fil extensible.

« Si la corde, dit-il, a partout la même épaisseur, mais qu'elle s'étende par son propre poids, proportionnellement à la tension qu'elle subit en chaque point, il faudra se servir d'un artifice particulier.

Soient a la longueur de la corde, non étendue, dont le poids équivaudrait à la tension au point le plus bas, et b la quantité dont s'étendrait cette même longueur, soumise à la même tension, l'ordonnée de la courbe cherchée sera donnée par la quadrature de la courbe représentée par l'équation

$$z = a\sqrt{\frac{a^2 - bx + a\sqrt{a^2 + b^2 + 2bx}}{2(x^2 - a^2)}}.$$

Mais Jacques n'a pas laissé de traces de l'analyse par laquelle il était arrivé au résultat. C'est son frère qui a donné la démonstration. Nous donnerons cette théorie à l'article qui concerne Jean, afin de ne pas la séparer de celle qui se rapporte à la chaînette ordinaire, parce que toutes les deux sont fondées sur le même principe.

Additamentum ad solutionem curvæ causticæ fratris Johannis Bernoulli, una cum meditatione de natura evolutarum *et variis osculationum generibus,* c'est-à-dire : *Addition à la théorie des caustiques de mon frère, avec une méditation sur la nature des développées et les divers degrés d'osculation.* (*Acta Eruditorum*, 1692.)

C'est dans cet article que Jacques Bernoulli relève les erreurs commises par Leibniz dans sa *Meditatio de natura anguli contactus et osculi.* Quant au pretexte, il est tiré seulement de ce que dans l'étude qu'il avait faite des caustiques par réflexion, Jean avait été amené à considérer leurs développées.

Jacques considère un cercle tangent à une courbe quelconque, en un point B, il suppose que le centre de ce cercle se déplace sur la normale en B à la courbe et il examine ce qui peut arriver aux différents points où le cercle rencontre encore la courbe. Si l'un d'eux seulement, C, se réunit au point B, on a l'osculation du premier genre, accompagnée de cette circonstance que l'un des deux arcs du cercle partant du point B est d'abord à l'intérieur de la courbe et l'autre à l'extérieur; de sorte, dit-il, que ce contact plus parfait détruit en quelque sorte le contact (*ipso contactus genere perfectiori contactum quasi destruente*). Mais si, en même temps que le point C se réunit au point B, un autre point commun D, situé de l'autre côté par rapport à B, vient aussi se réunir à eux, ce qui exige que les deux portions de la courbe qui sont séparées par le point B aient dans le voisinage de ce point une même flexion, courbure ou déclivité, alors l'osculation est du second genre; quatre points coïncident et au lieu de l'intersection on retrouve le contact. Si cinq points coïncidaient, on retrouverait l'intersection, qui redeviendrait contact s'il y en avait six, etc.

Il étend ensuite la théorie à des courbes quelconques, et se résume ainsi : « Le contact simple d'un cercle et d'une courbe quelconque se trouve par l'égalité de deux racines et le lieu des centres des cercles tangents est une surface ; le cercle osculateur du premier degré se trouve par l'égalité de trois racines et le lieu des centres de ces cercles est une courbe, l'évoluée ; enfin le cercle osculateur du second degré se trouve par l'égalité de quatre racines, et le lieu des centres de ces cercles est à un point ou à quelques points, qui sont les extrémités des évoluées (développées).

« C'est pourquoi je ne vois pas bien en quel sens peut être vrai ce que dit Leibniz, que le contact se trouve par deux racines égales, la flexion contraire par trois, et l'osculation du premier genre par quatre...

« Quant à ce qui concerne les points de flexion contraire (points d'inflexion), il est bien vrai qu'on les trouve par trois racines égales, mais cela tient simplement à ce que ces points sont les points de contact de cercles osculateurs tombés dans un cas singulier, savoir devenus infinis, et transformés en droites. »

Lineæ cycloidales, evolutæ, antevolutæ, causticæ, anticausticæ, pericausticæ. — Earum usus et simplex relatio ad se invicem. — Spira mirabilis — aliaque, c'est-à-dire : *Des lignes cycloïdales, développées, anti-développées, caustiques, anticaustiques, péricaustiques. — Usages de ces lignes et relation simple qu'elles ont entre elles. — De la spirale admirable, etc.*

Jean Bernoulli avait déjà traité, mais à un point de vue plus général, la plupart des questions indiquées dans ce programme.

Les lignes cycloïdales que Jacques considère ici sont celles qu'engendre un point lié à une courbe mobile qui roule sur une autre égale, mais renversée, de façon que le point de contact soit constamment un point de symétrie du système des deux courbes.

« La courbe fixe s'appelle *exposita*, sa développée en est l'*evoluta;* l'enveloppe des lignes suivant lesquelles se réfléchissent sur l'*exposita* les rayons émanés d'un point est la *caustique* relative à ce point; si le rayon réfléchi est prolongé au delà de l'*exposita* d'une longueur égale au rayon incident, son extrémité décrit l'*anticaustique;* si le rayon incident est prolongé au-delà de l'*exposita,* d'une longueur égale à la portion du rayon réfléchi qui est comprise entre l'*exposita* et sa *caustique*, l'extrémité du prolongement décrit la *péricaustique;* enfin, si le rayon du cercle osculateur à l'*exposita* est prolongé d'une longueur égale, au delà de l'*exposita*, son extrémité décrit l'*antevoluta.*

« L'*anticaustique* est le lieu de l'image du point lumineux vu par réflexion des différents points de la *caustique;* la *péricaustique* est l'image entière de la *caustique* vue du point lumineux, par réflexion sur l'*exposita;* enfin l'*antevoluta* est le lieu de l'image de l'œil se regardant lui-même de l'*evoluta,* par réflexion sur l'*exposita.* »

Tout cela est presque évident.

« Il est en outre digne de remarque que la *caustique* est la développée de l'*anticaustique*.

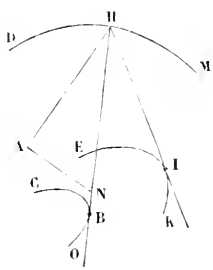
« Mais, ajoute Jacques Bernoulli, ce qui mérite la palme est la relation très simple qui existe entre les *caustiques* et les développées : soient (*fig.* 5) DHM l'*exposita*, ou la courbe proposée, CBO son *evoluta* ou sa développée, EIK sa *caustique* relative au point A, H le point de l'*exposita* qui correspond aux points

B et I de l'*evoluta* et de la *caustique;* si l'on élève en A, au rayon AH, la perpendiculaire AN terminée au rayon HB du cercle osculateur en H à l'*exposita*, la distance HI, qui déterminera complètement le point I de la *caustique*, puisque déjà les angles AHB et BHI doivent être égaux, sera donnée par la proportion

$$2HN - HB : HB :: AH : HI.$$ »

Après avoir établi ce théorème, que l'on vérifiera aisément,

Fig. 5.



Jacques Bernoulli arrive à la *Courbe merveilleuse*, c'est-à-dire à la *Loxodromie plane* ou à la *Spirale logarithmique*, dont il avait déjà dit un mot à propos de la *Parabole hélicoïde*.

Jean Bernoulli avait remarqué antérieurement que la développée de cette courbe merveilleuse lui est superposable, Jacques démontre qu'il en est de même de son *antevoluta*, de ses *cycloïdales*, de sa *caustique* relative au point asymptote (*umbilico*), de son *anticaustique*, de sa *péricaustique*, et par conséquent de toutes les autres courbes que l'on pourrait former de ces dernières par les mêmes transformations.

Il exprime son admiration, bien légitime du reste, en ces termes à la fois naïfs et exagérés :

« Cette spirale merveilleuse me plaît si étonnamment par cette propriété singulière et admirable, que je puis à peine me rassasier de sa contemplation, et j'ai pensé qu'on pourrait la prendre pour symbole dans bien des cas : elle pourrait symboliser la permanence des espèces ; Dieu le Fils image de son Père, émanant de lui comme la lumière de la lumière et son ὁμοούσιος ; la force et la constance dans l'adversité ; enfin la résurrection future. Si bien que si l'usage d'imiter Archimède pouvait être admis aujourd'hui, j'ordonnerais que cette spirale fût dessinée sur mon tombeau avec cette épigraphe : *Eadem numero mutata resurget.* »

Additio ad Schedam de lineis cycloïdalibus, etc., c'est-à-dire : *Addition à l'article relatif aux lignes cycloïdales, caustiques, etc.* (*Acta Eruditorum*, 1692.)

« J'avais à peine adressé aux éditeurs des *Actes* ma dernière spéculation sur les courbes cycloïdales et autres, lorsque je reçus de Paris une lettre de mon frère où il me communiquait diverses choses remarquables sur le même sujet : il m'annonçait qu'outre la caustique de Tschirnhausen, il en avait trouvé d'autres qui étaient des cycloïdes ; qu'il avait reconnu que la cycloïde ordinaire se reproduisait aussi bien dans sa caustique que dans sa développée ; que cette même propriété appartenait aussi à la spirale logarithmique : toutes choses que je ne pus lire sans stupeur, voyant que personne autre ne s'était occupé de spéculations si intéressantes.

Mais cette communication me donna lieu de revenir sur la question que j'ai traitée dans l'article précédent et j'observai ce que je vais dire : 1° les développées de toutes les cycloïdes engendrées par un point de la circonférence d'un cercle roulant sur celle d'un autre cercle sont aussi des cycloïdes de même espèce ; 2° la caustique d'une cycloïde ordinaire, provenant de rayons parallèles à son axe, est aussi une cycloïde ordinaire, dont la base est moitié moindre ; 3° la caustique d'un cercle correspondant à des rayons émanant d'un point de sa circonférence, est une cycloïde engendrée par un point de la circonférence de ce cercle roulant sur un cercle égal, et elle se reproduit dans sa développée ; 4° la caustique de cette caustique est encore une cycloïde, et le rayon de la circonférence qui l'engendre est moitié de celui de la circonférence sur laquelle elle roule. »

Jacques Bernoulli donne les démonstrations de tous ces théorèmes ; mais nous ne les reproduisons pas parce que la méthode n'y est pas intéressée.

De la figure d'une voile enflée par le vent. (*Acta Eruditorum*, 1691.)

« Quoique cette spéculation, dit Jacques Bernoulli, ait de l'affinité avec le problème de la chaînette, parce que l'action constante du vent peut être assimilée à la pesanteur de la chaîne, elle est cependant beaucoup plus sublime (*multo sublimior*). Celui qui connaît la nature de l'action des fluides reconnaîtra sans difficulté que la portion de la voile, dont la corde est perpendiculaire à la direction du vent, doit se courber en arc de cercle. Mais la recherche de la figure du reste de la voile est si difficile et la connaissance en serait d'une telle utilité pour l'art nautique que les plus grands et les plus habiles Géomètres ont pensé qu'elle méritait leur attention.

« Au reste, pour que personne n'essaye de résoudre ces problèmes (celui-ci et les précédents) par une autre méthode, j'avertis que j'ai fait particulièrement usage du *Calcul de Leibniz*, que j'estime être une des plus belles inventions de notre siècle. Car, quoique, comme je l'ai dit dernièrement (dans l'article relatif à la *courbe isochrone*), j'admette que la méthode de Barrow lui ait fourni quelque aide, il ne faut pas en conclure que j'aie voulu rabaisser la grandeur d'une si utile invention, ni retrancher quoi que ce soit de la gloire méritée de cet homme illustre, (Leibniz n'était jamais désigné par ses disciples que sous le nom de *Celeberrimus Vir*), ou l'attribuer à d'autres. La différence pourrait paraître ne consister qu'en ce que Barrow conservait les quantités superflues, qu'il allait bientôt supprimer, tandis que Leibniz les omet tout d'abord. Mais cette abréviation est de telle importance qu'une infinité de difficultés peuvent être vaincues par l'une des méthodes et ne le peuvent pas par l'autre. Avoir trouvé et utilisé cette abréviation n'était certes pas du premier venu, mais d'un esprit sublime (*sublimis ingenii*) et recommande l'inventeur autant que possible (*quam maximè*). »

Jacques revint la même année sur ce problème, mais, dans l'intervalle, il avait annoncé par lettre à Jean que *la courbe cherchée étant divisée en parties égales, les cubes des différences premières de ses ordonnées seraient comme les différences secondes des abscisses*, propriété de la chaînette déjà reconnue par Jean. Cette indication avait suffi à celui-ci, qui, ayant reconstitué la solution, la publia, de sorte que Jacques se borna à énoncer les résultats auxquels il était parvenu.

Voici la solution de Jean :

« Il reconnaît, avec son frère, que la théorie du problème repose sur des hypothèses qui pourraient être contestées. »

Nous admettrons ces hypothèses parce qu'il s'agit ici de Mathématiques et non de Physique.

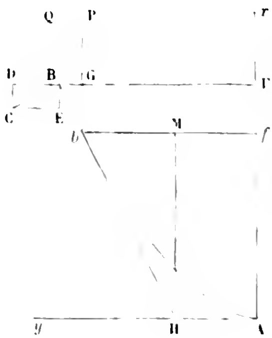
Les deux frères distinguent deux cas, celui où le fluide agit comme s'il était à l'état statique, c'est-à-dire comme agit sur une paroi un fluide soumis à une pression intérieure; et celui où, après avoir frappé l'obstacle, il *s'évade* (*evadit*) pour faire place à d'autres molécules qui viennent frapper à leur tour la même portion de la surface pressée.

Dans le premier cas, la force est normale en chaque point à la surface pressée et proportionnelle à l'étendue de cette surface; dans le second, elle est dirigée dans le sens du mouvement et agit par sa composante normale; elle est d'ailleurs proportionnelle à la section droite du cylindre qui aurait pour base la surface pressée et dont les génératrices seraient parallèles au flux.

Dans le premier cas, le calcul donne pour section de la voile un arc de cercle, ce qui devait être, *quoniam si curva ubique æqualiter secundum perpendiculares ad curvam extrorsum trahitur, nulla ratio est cur unum curvæ ponctum magis vel minus a centro distare debeat quam alterum.* Nous passons le détail du calcul.

Soient, pour le second cas, BA (*fig.* 6) la section de la voile par un plan parallèle à la direction du vent et perpendiculaire aux barres auxquelles elle est attachée, QB la direction du vent, Bb la tranche ds d'un élément de la voile, AF et FB les coordonnées x et y du point B; Gb et BG les différentielles dx et dy des coordonnées du point B; prenons d'ailleurs s pour variable indépendante, de sorte que ds sera constant : d'après l'hypothèse, la force qui agit sur l'élément Bb, dans la direction du vent, est proportionnelle seulement à BG ou à dy et sa composante nor-

Fig. 6.



male doit être diminuée dans le rapport $\frac{BG}{Bb}$ ou $\frac{dy}{ds}$; cette composante BC est donc proportionnelle à

$$\frac{dy^2}{ds}$$

et l'on peut prendre $\frac{dy^2}{ds}$ pour sa mesure. La force BC se décompose elle-même en deux, BE et BD, dirigées parallèlement aux axes et dont les expressions sont

$$\frac{dy^2}{ds}\frac{dy}{ds} \quad \text{et} \quad \frac{dy^2}{ds}\frac{dx}{ds}$$

ou

$$\frac{dy^3}{ds^2} \quad \text{et} \quad \frac{dy^2\,dx}{ds^2}.$$

Cela posé, il doit y avoir équilibre entre toutes les forces dont il vient d'être question et les tensions a et b de la voile en A et en B, mais la tension en B se décompose en deux, l'une parallèle à Ax, qui est $b\,\frac{\mathrm{BG}}{\mathrm{B}b}$, ou $b\,\frac{dx}{ds}$, et l'autre, parallèle à Ay, égale à $b\,\frac{\mathrm{BG}}{\mathrm{B}b}$, ou $b\,\frac{dy}{ds}$, en sorte que si l'on désigne par X et Y les composantes parallèlement aux axes de la force appliquée à un élément quelconque de la voile, on doit avoir séparément

$$-\Sigma\mathrm{X} + b\,\frac{dx}{ds} = 0$$

et

$$a = \Sigma\mathrm{Y} + b\,\frac{dy}{ds},$$

d'où, en éliminant $\frac{b}{ds}$,

$$a = \Sigma\mathrm{Y} + \frac{dy}{dx}\,\Sigma\mathrm{X};$$

ou, en remplaçant ΣX et ΣY par leurs valeurs

$$\int\frac{dy^3}{ds^2} \quad \text{et} \quad \int\frac{dy^2\,dx}{ds^2};$$

$$a = \int\frac{dy^2\,dx}{ds^2} + \frac{dy}{dx}\int\frac{dy^3}{ds^2};$$

et en différentiant les deux membres par rapport à s, qui a été pris pour variable indépendante,

$$\frac{dy^2\,dx}{ds^2} + \frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{dx^2}\int\frac{dy^3}{ds^2} + \frac{dy}{dx}\,\frac{dy^3}{ds^2} = 0.$$

Mais la somme des termes extrêmes se réduit à

$$\frac{dy^2}{ds^2}\left(dx + \frac{dy^2}{dx}\right) = \frac{dy^2}{dx}.$$

En conséquence, l'équation peut s'écrire

$$\frac{dy^2}{dx} + \frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{dx^2}\int\frac{dy^3}{ds^2} = 0;$$

ou, en multipliant les deux membres par $dx^2 ds^2$,

$$dx\,dy^2 ds^2 + (dx\,d^2y - dy\,d^2x)\int dy^3 = 0.$$

Mais

$$dy^2 = ds^2 - dx^2,$$

d'où

$$dy\,d^2y = -dx\,d^2x,$$

et

$$d^2y = -d^2x\frac{dx}{dy}.$$

En remplaçant d^2y par cette valeur, il vient

$$dx\,dy^2 ds^2 = d^2x\frac{dx^2 + dy^2}{dy}\int dy^3$$

ou

$$dx\,dy^2 ds^2 = \frac{d^2x\,ds^2}{dy}\int dy^3,$$

ou, en divisant par ds^2 et en multipliant par $\frac{dy}{dx}$,

$$dy^3 = \frac{d^2x}{dx}\int dy^3,$$

c'est-à-dire

$$\frac{dy^3}{\int dy^3} = \frac{d^2x}{dx}.$$

Ou, en intégrant,

$$L(\int dy^3) = L(dx) + LK = L(K\,dx),$$

et par suite

$$\int dy^3 = K\,dx;$$

en remplaçant $\int dy^3$ par cette valeur, il vient finalement

$$dy^3 = K\,d^2x,$$

mais K est un infiniment petit du premier ordre qu'on peut faire égal à C ds : on a donc

$$dy^3 = C\,ds\,d^2x,$$

équation dont l'intégrale est celle d'une chaînette, en effet, comme

$$dx = \sqrt{ds^2 - dy^2},$$

il en résulte, s étant la variable indépendante,

$$d^2x = \frac{-\,dy\,d^2y}{\sqrt{ds^2 - dy^2}},$$

par suite, C $ds\,d^2x$ ou dy^3 prend la valeur

$$-\frac{C\,ds\,dy\,d^2y}{\sqrt{ds^2 - dy^2}}.$$

En divisant des deux parts par dy, il vient

$$dy^2 = -\frac{C\,ds\,d^2y}{\sqrt{ds^2 - dy^2}}$$

ou

$$1 = -\frac{C\,ds\,d^2y}{dy^2\sqrt{ds^2 - dy^2}}.$$

En multipliant de part et d'autre par ds, ce qui donne

$$ds = -\frac{C\,ds^2 d^2 y}{dy^2\sqrt{ds^2 - dy^2}},$$

et, en intégrant, on trouve

$$s = \frac{C\,ds^2\sqrt{ds^2 - dy^2}}{ds^2\,dy} = \frac{C\sqrt{ds^2 - dy^2}}{dy},$$

d'où l'on tire

$$s^2 dy^2 = C^2 ds^2 - C^2 dy^2 = C^2 dx^2$$

ou

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C}{s}.$$

On remarquera, sur cette solution que Jean Bernoulli commence par opérer comme s'il se proposait d'obtenir une équation en quantités finies; c'est-à-dire qu'il recherche les conditions d'équilibre de la voile entière. Aussi est-il obligé de différentier l'équation

$$a = \int \frac{dy^2 dx}{ds^2} + \frac{dy}{dx}\int \frac{dy^3}{ds^2}$$

à laquelle il parvient. C'est ce qui fait que son calcul est si long. La méthode différentielle eût consisté à rechercher les conditions d'équilibre d'un simple élément de la voile.

De la courbure d'une lame élastique (*Acta Eruditorum*, 1696).

« A l'occasion, dit Jacques, du problème de la chaînette, je tombai bientôt sur un autre non moins remarquable, concernant les flexions des pièces soumises à leurs propres poids ou tendues par des forces quelconques. Ce nouveau problème, sur lequel Leibniz avait appelé mon attention, est beaucoup plus difficile que le premier, tant à cause de l'incertitude des hypothèses et de la multiplicité des cas qu'il comporte, que parce qu'il y faut plus d'adresse que de calculs. J'en ai heureusement sondé les arcanes. Mais, à l'exemple du très excellent géomètre (Leibniz), j'en cacherai provisoirement la solution sous un logogriphe, afin de laisser aux autres le temps d'y appliquer leur analyse :

« *Si une lame élastique verticale sans poids, de même largeur et de même épaisseur dans toute son étendue, fixée par son extrémité inférieure, est tendue par un poids attaché à son extrémité supérieure, assez considérable pour que la tangente à l'extrémité libre devienne horizontale* (ici commençait le logogriphe, dont nous donnons la traduction) : *la portion de l'axe comprise entre l'ordonnée de la courbe et sa tangente sera à cette tangente comme le quarré de l'ordonnée à une certaine aire constante.*

« Je donnerai la démonstration de ce théorème à la foire d'automne. »

Il ne la donna qu'en 1694, dans les *Actes de Leipzig*.

« Après un silence de trois ans, dit-il, je m'acquitte de ma promesse, mais, pour compenser le retard, je traiterai la question d'une manière générale, c'est-à-dire en supposant une loi quelconque d'extension. Je crois l'avoir résolue le premier, bien qu'elle ait été tentée par un grand nombre. »

Mais la solution de Jacques est longue et peu claire; nous préférons en donner l'abrégé fait par Jean, où il ne considère que le cas le plus simple et le plus pratique.

Après avoir dit qu'on supposera la lame sans poids, également épaisse partout, également résistante dans toute sa longueur, enfin telle qu'elle s'étende en chacun de ses points proportionnellement à la force qui agit sur elle, conformément à l'hypothèse de Leibniz, Jean admet, d'après son frère, que la distance dont la seconde extrémité d'un élément de longueur constante de la courbe formée par la lame, se sera éloignée de la tangente à la première, sera inversement proportionnelle à la distance de cet élément à la direction de la force, en vertu du théorème des moments.

Si l'on suppose que la lame ait d'abord été placée dans une position horizontale, qu'elle ait été encastrée à l'une de ses extrémités et qu'on ait fixé un poids à l'autre; si d'ailleurs on prend pour axe des x l'horizontale menée par l'extrémité mobile, pour origine cette même extrémité et pour axe des y une verticale; enfin qu'on désigne par ds l'un des éléments égaux de la courbe formée par la lame, par x l'abscisse de cet élément, par δ la distance infiniment petite du second ordre dont il a été question, et par R le rayon du cercle osculateur à la courbe au point correspondant : on a évidemment

$$ds^2 = 2\,\mathrm{R}\delta,$$

et, puisque ds est supposé constant, $\mathrm{R}\delta$ l'est aussi. D'un autre côté on a admis que δ serait proportionnel à x : on peut donc poser

$$\mathrm{R}x = \text{constante} = a^2.$$

C'est bien ce que trouve Bernoulli, mais par un raisonnement que je n'ai pas pu suivre, tant les notations sont horribles.

La question est donc de trouver la courbe dont le rayon de courbure varie en raison inverse de l'abscisse. Jean Bernoulli écrit son équation sous la forme

$$\frac{x(dx^2+dy^2)\sqrt{dx^2+dy^2}}{-dx\,d\,dy}=a^2,$$

d'où, en multipliant les deux membres par $-\dfrac{dx^2\,d\,dy}{(dx^2+dy^2)^{\frac{3}{2}}}$,

$$x\,dx=\frac{-a^2dx^2\,d\,dy}{(dx^2+dy^2)\sqrt{dx^2+dy^2}}$$

et, en intégrant une première fois,

$$\frac{1}{2}x^2=\frac{-a^2dy}{\sqrt{dx^2+dy^2}},$$

équation d'où l'on tire

$$a\,dy=\frac{ax^2dx}{\sqrt{4a^4-x^4}}.$$

« La construction de la courbe s'obtiendra donc au moyen de la quadrature de l'espace dont la nature est exprimée par l'équation

$$4a^4z^2-x^4z^2=a^2x^4.$$

Et ainsi la courbe cherchée est du premier ordre des mécaniques (*Et sic curva quæsita est ex ordine primo mechanicarum.*) »

Cette courbe est restée dans les cours de calcul intégral sous le nom de *courbe élastique,* et rien n'a été modifié à la méthode de calcul de Bernoulli, si ce n'est qu'on a ajouté aux intégrales obtenues les constantes dont Jean ne tenait pas assez compte, car, d'après l'équation qu'il donne

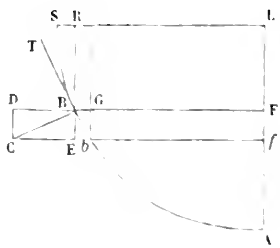
$$a\,dy=\frac{ax^2dx}{\sqrt{4a^4-x^4}},$$

la tangente à la courbe à l'origine, c'est-à-dire à l'extrémité mobile de la lame, serait horizontale.

De curvatura lintei a fluido incumbente, ou *de la courbure d'un linge supportant un fluide.*

Cette nouvelle question avait aussi été proposée par Jacques, mais nous en empruntons encore la solution à Jean. Nous la

Fig. 7.



trouvons dans les leçons de calcul intégral écrites pour le marquis de l'Hospital.

« Ce problème, dit Jean, ne diffère pas beaucoup de celui de la courbure d'une voile : cependant la base du raisonnement, ici, est plus certaine, car c'est assurément la seconde hypothèse qui doit prévaloir, puisque les globules de liquide, étant en repos, ne peuvent s'évader, de sorte que le nombre des molécules qui pressent un élément de la surface du linge est proportionnel à l'étendue de cet élément. D'un autre côté, les pressions exercées sur des éléments de même étendue sont alors proportionnelles aux distances de ces éléments à la surface libre.

« Soient ABS (*fig.* 7) la section droite de la surface cylindrique horizontale formée par le linge, SL le niveau du liquide, $AL = a$ la distance du point le plus bas de la section à la surface libre,

$$AF = x,\quad FB = y,\quad AB = s,\quad Ff = dx,\quad BG = dy \quad \text{et} \quad Bb = ds.$$

La pression normale BC exercée par le liquide sur l'élément Bb est $RB \times Bb$ ou

$$(a - x)\,ds\,;$$

la composante verticale BE de cette force est

$$X = (a - x)\,dy$$

et sa composante horizontale BD est

$$Y = (a - x)\,dx.$$

Cela posé, la portion BA du linge doit être en équilibre sous l'action simultanée des forces X, des forces Y, de la tension horizontale en A et de la tension en B, dirigée suivant BT ; soient L et M ces deux tensions : la seconde se décomposera en deux, l'une horizontale, $M\frac{dy}{ds}$, et l'autre verticale, $M\frac{dx}{ds}$; on devra donc avoir séparément

$$M\frac{dy}{ds} + \Sigma Y - L = 0$$

et

$$M\frac{dx}{ds} - \Sigma X = 0$$

ou, en éliminant M,

$$dx\,\Sigma Y + dy\,\Sigma X - L\,dx = 0$$

ou

$$\Sigma Y + \frac{dy}{dx}\Sigma X - L = 0,$$

c'est-à-dire, en remplaçant ΣX et ΣY par leurs valeurs.

$$\Sigma X = \int (a-x)\,dy$$

et

$$\Sigma Y = \int (a-x)\,dx = ax - \frac{1}{2}x^2,$$

$$ax - \frac{1}{2}x^2 - \frac{dy}{dx}\int (a-x)\,dy = L.$$

En différenciant cette équation, on éliminera la constante inconnue L; et, si l'on a pris s pour variable indépendante, il viendra

$$(a-x)\,dx + \frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{dx^2}\int (a-x)\,dy + \frac{dy}{dx}(a-x)\,dy = 0.$$

Mais de la relation

$$dy = \sqrt{ds^2 - dx^2},$$

on tire

$$d^2y = \frac{-dx\,d^2x}{\sqrt{ds^2 - dx^2}} = \frac{-dx\,d^2x}{dy};$$

en remplaçant d^2y par cette valeur, l'équation précédente devient

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dx}(a-x) - \frac{d^2x\,(dx^2 + dy^2)}{dy\,dx^2}\int (a-x)\,dy = 0;$$

ou, en divisant par $dx^2 + dy^2$ et multipliant par $dy\,dx^2$,

$$(a-x)\,dy\,dx - d^2x\int (a-x)\,dy = 0.$$

Mais le premier membre de cette équation est le numérateur de la différentielle de

$$\frac{\int (a-x)\,dy}{dx},$$

cette quantité est donc constante et on peut la représenter par

$$\frac{a^2}{ds}.$$

En conséquence, l'équation de la courbe cherchée peut être formulée par

$$\int (a-x)\,dy = \frac{a^2\,dx}{ds}.$$

Cette équation différentiée, donne

$$(a-x)\,dy = a^2\,\frac{d^2x}{ds},$$

ou, en multipliant par dx et divisant par dy,

$$(a-x)\,dx = a^2\,\frac{dx\,d^2x}{ds\,dy} = a^2\,\frac{dx\,d^2x}{ds\sqrt{ds^2-dx^2}},$$

dont l'intégrale est

$$ax - \frac{x^2}{2} = -\,a^2\,\frac{\sqrt{ds^2-dx^2}}{ds}.$$

En élevant cette dernière au carré et remplaçant ds^2 par dx^2+dy^2. on trouve

$$\left(ax-\frac{x^2}{2}\right)^2(dx^2+dy^2) = a^4\,dy^2,$$

d'où

$$dy = \frac{\left(ax-\frac{x^2}{2}\right)dx}{\sqrt{a^4-\left(ax-\frac{x^2}{2}\right)^2}}$$

et

$$y = \int \frac{\left(ax - \frac{x^2}{2}\right)dx}{\sqrt{a^4 - \left(ax - \frac{x^2}{2}\right)^2}}. \text{ »}$$

C'est fort bien, mais l'obscurité du langage, des réticences incroyables et des notations horribles rendent tous ces articles bien difficiles à suivre. Quant à la solution, elle comporte évidemment la même remarque que celle du problème de la voile.

De la courbe de plus rapide descente.

C'est Jean Bernoulli qui eut le premier l'idée du problème de la brachystochrone. Il le proposa aux autres géomètres en juin 1696.

Nous avons vu que Leibniz le résolut presque aussitôt après la publication de l'énoncé, et qu'ayant annoncé son succès à Jean, ils convinrent de prolonger le délai du concours.

Nous avons reproduit le précis de la solution trouvée par lui que Leibniz publia en 1697; Jean Bernoulli en avait trouvé deux, que nous donnerons plus loin. Voici celle que Jacques donna dans les *Actes de Leipzig*, en mai 1697 :

« Les géomètres, dit-il, n'eurent jusqu'ici de méthode pour les maximums et les minimums, que relativement aux problèmes où l'on se propose de trouver les plus grandes ou les plus petites valeurs des fonctions d'une courbe donnée. (On se rappelle que Leibniz appelait fonctions d'une courbe les lignes telles que ordonnée, abscisse, tangente, normale, sous-tangente, sous-normale, etc., de cette courbe.) Ils ne songèrent pas à l'étendre aux questions où de toutes les courbes possibles, non données, on demande celle à laquelle appartient une propriété de maximum ou de minimum. Ce dernier genre de problèmes l'emporte cependant de beaucoup sur l'autre en difficulté et en utilité.

« De ce nombre est celui que proposa mon frère au mois de juin dernier, pour la solution duquel il accordait une année et qui consistait à trouver la courbe *oligochrone*, par laquelle un corps pesant parviendrait d'un point à un autre dans le moindre laps de temps.

« Quoique je ne me crusse pas visé par la provocation de mon frère, néanmoins comme s'y ajoutait la courtoise invitation du très célèbre M. Leibniz, je ne pus me refuser à entreprendre cette recherche. Après, en effet, qu'il m'eut appris, par une lettre du 13 septembre, qu'il avait résolu le problème et désirait que d'autres le tentassent, j'entrepris, à sa demande, une chose qu'autrement j'aurais laissée intacte, et ce fut avec le succès désiré, car j'étais maître de la solution le 6 octobre et je la montrai alors à mes amis.

« Je ne l'ai pas communiquée plus tôt au directeur des *Acta*, parce qu'ayant appris que le délai était reculé jusqu'à Pâques de la présente année, j'avais résolu, dans l'intervalle, de diriger mes recherches sur d'autres problèmes plus difficiles et que je proposerai, en effet, tout à l'heure.

« Avant d'arriver à la solution du problème, je poserai ce lemme préliminaire : si l'on prend deux points quelconques sur la courbe cherchée, l'arc qui joindra ces deux points sera aussi la ligne que le corps pesant devrait suivre pour aller de l'un à l'autre dans le moindre temps possible, en supposant, bien entendu, qu'il parte du plus élevé des deux avec la vitesse qu'il aurait déjà acquise en suivant la partie placée au-dessus de la courbe inconnue. »

Ce lemme a bien toute l'évidence désirable, mais la raison qu'en donne Jacques Bernoulli n'est pas parfaite. En effet, il se borne à dire : *Car si l'on admettait le contraire, le temps nécessaire pour achever la course serait plus long par la courbe cherchée que par le nouvel arc, suivi du reste de la courbe chercheé, ce qui est contre l'hypothèse.* Ce raisonnement a le tort de ressembler un peu trop à celui qu'emploie Archimède au sujet du plus court chemin d'un point à un autre sur la surface d'une sphère. Or les deux cas diffèrent sous ces deux rapports que, dans la question traitée par Archimède, le raccordement des arcs importe peu, parce qu'il ne s'agit que de longueurs, et qu'il n'y a d'ailleurs pas de vitesses à considérer.

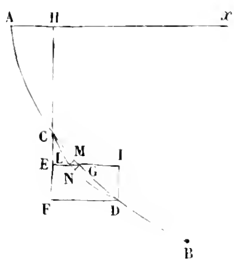
En supposant, comme il l'aurait fallu, le raccordement au second ordre, il aurait encore été bon d'ajouter que les vitesses, aux extrémités inférieures des deux arcs substitués l'un à l'autre, ne dépendant que de la hauteur de chute commune, se retrouveraient encore les mêmes au point de raccordement inférieur. Mais ce n'est là qu'une question de forme.

« Soit donc dans un plan quelconque passant par les deux points donnés A et B (car il importe peu que ce plan soit ou non vertical) ACB (*fig.* 8) la courbe demandée : prenons sur cette courbe deux points infiniment voisins C et D ; menons l'horizontale Ax et la perpendiculaire CH à cette ligne, menons aussi DF parallèle à Ax, prenons le milieu E de CF et achevons le rectangle EIDF.

« La question est de trouver un point G tel que la somme des temps employés à parcourir les arcs CG et GD soit minimum, la vitesse en C étant, bien entendu, celle qui correspond à la hauteur de chute de A en C.

« Pour cela faire, prenons sur EI un point L dont la distance au point G soit incomparablement moindre que FG, et concevons la courbe quelconque CLD infiniment peu distante partout

Fig. 8.



de la courbe cherchée CGD : comme le temps employé par le mobile à parcourir l'arc CGD est un minimum, sa différentielle doit être nulle, par conséquent, en désignant d'une manière générale par $t.s$ le temps qu'emploierait un corps pesant à parcourir un arc s dans les conditions supposées, c'est-à-dire après être descendu de la hauteur à laquelle se trouve Ax, on doit avoir

$$t.\mathrm{CG}+t.\mathrm{GD}=t.\mathrm{CL}+t.\mathrm{LD}$$

ou

$$t.\mathrm{CG}-t.\mathrm{CL}=t.\mathrm{LD}-t.\mathrm{GD}.$$

D'un autre côté, si l'on compare les temps employés à parcourir CG et CL au temps qu'il faudrait pour parcourir CE, dans les mêmes conditions, on aura, en tenant compte de ce que les vitesses changent infiniment peu dans les différents parcours considérés :

$$CE : CG :: t.CE : t.CG$$

et

$$CE : CL :: t.CE : t.CL,$$

d'où

$$CE : CG - CL :: t.CE : t.CG - t.CL.$$

Ou bien, si l'on prend sur CG la longueur CM égale à CL,

$$CE : MG :: t.CE : t.CG - t.CL.$$

Mais, à cause de la similitude des triangles MLG et CEG,

$$MG : GL :: EG : CG$$

d'où

$$MG = \frac{GL.EG}{CG},$$

et, en substituant dans la proportion précédente,

$$CE : GL :: t.CE.EG : (t.CG - t.CL).CG.$$

On trouverait de même, en considérant la partie inférieure de la figure,

$$CE : GL :: t.EF.GI : (tLD - t.GD).GD.$$

En rapprochant maintenant les deux proportions, on en conclura

$$\frac{t.CE.EG}{(t.CG - t.CL)CG} = \frac{t.EF.GI}{(t.LD - t.GD).GD},$$

ou

$$\frac{t.CE.EG}{t.EF.GI} = \frac{t.CG - t.CL}{t.LD - t.GD} \frac{CG}{GD};$$

ou, puisque, par hypothèse,

$$t.\mathrm{CG} - t.\mathrm{CL} = t.\mathrm{LD} - t.\mathrm{GD}:$$

$$\frac{\mathrm{EG}.t.\mathrm{CE}}{\mathrm{GI}.t.\mathrm{E.F}} = \frac{\mathrm{CG}}{\mathrm{GD}}.$$

Mais, d'après les lois de la pesanteur,

$$\frac{\mathrm{EG}.t.\mathrm{CE}}{\mathrm{GI}.t.\mathrm{EF}} = \frac{\mathrm{EG}}{\sqrt{\mathrm{HC}}} : \frac{\mathrm{GI}}{\sqrt{\mathrm{HE}}},$$

donc

$$\frac{\mathrm{EG}}{\sqrt{\mathrm{HC}}} : \frac{\mathrm{GI}}{\sqrt{\mathrm{HE}}} :: \mathrm{CG} : \mathrm{GD}.$$

« Cela posé, EG et GI sont deux différentielles consécutives de l'abscisse, HC et HE sont les ordonnées correspondantes, enfin CG et GD sont les deux différentielles de l'arc de la courbe. La question est donc ramenée à déterminer la courbe dont les éléments consécutifs sont entre eux en raison composée de celle des éléments des abscisses et de la raison sous double inverse de celle des ordonnées. Or, Huyghens a trouvé que cette courbe est une cycloïde. »

Bernoulli indique ensuite la manière de déterminer la cycloïde, ayant sa base sur Ax, qui passerait par le point B. Il ne dit pas pourquoi il veut que le point A soit sur la base de la cycloïde.

Il termine par les énoncées de nouveaux problèmes dont les uns, analogues au précédent, ont pour objet de trouver de toutes les courbes de même genre (cercles, ellipses, paraboles, cycloïdes, etc.), partant d'un point A, et ayant pour axe l'horizontale Ax, celles qui mèneraient le plus rapidement possible un corps pesant du point A à une verticale donnée Bz; et dont le dernier, qui est son fameux problème des isopérimètres, consiste à déterminer, parmi toutes les courbes isopérimètres terminées en deux points donnés, celle dont la transformée par l'une des relations

$$Y = F(y),$$

ou

$$Y = F(s),$$

envelopperait un espace maximum, les ordonnées étant comptées à partir de la droite passant par les deux points donnés, et s désignant l'arc, compté à partir de l'un des points donnés de la courbe ayant le périmètre donné.

Demonstratio synthetica problematis de celerimo appulsu ad datam positione rectam et aliorum. C'est-à-dire : *Solution synthétique du problème de l'arrivée la plus rapide à une droite donnée de position, et autres anologues.* (*Acta Eruditorum*, 1698.)

« Comme sur la fin de l'année 1696 j'étais occupé à préparer l'impression de ma solution du problème de la courbe de plus rapide descente, il me vint à l'esprit d'y ajouter une question, sans doute analogue, mais qui constitue une application toute différente de la méthode des maximums et minimums. Il s'agissait de rechercher la cycloïde le long de laquelle un corps pesant arriverait dans le moins de temps possible d'un point donné à une droite donnée. Et comme j'arrivais à la solution de ce problème par la considération de la similitude de toutes les cycloïdes, je pensai que la même manière de procéder pourrait réussir pour tout autre genre de courbes semblables, non seulement en ce qui concerne la plus rapide descente, mais relativement à beaucoup d'autres recherches, comme, par exemple, de trouver, parmi toutes les courbes semblables entre elles, celle qui, entre le point donné et une droite donnée, présenterait l'arc minimum ou l'aire minimum, ou dont l'arc ou l'aire, en tournant autour d'un axe, engendrerait une surface ou un volume minimum; et je résolus de proposer publiquement ces problèmes, non moins élégants qu'utiles, afin que d'autres pussent partager avec moi.

« Mais j'avais exprès supprimé de l'énoncé la condition de similitude, tant parce que j'étais persuadé que celui qui traiterait un cas, réussirait aussi bien dans tous les autres, que pour ne pas dévoiler ma méthode de solution.

« Malgré cela, non seulement mon frère, mais aussi l'illustre marquis de l'Hospital, résolurent le problème; et ce dernier même traita en même temps ceux que mon frère avait proposés à cette occasion, en 1697, dans le *Journal des Savants*, et dont le plus important concernait la détermination de la ligne la plus courte d'un point à un autre sur une surface donnée.

« Je pourrais donc en toute justice me dispenser de traiter la question; mais, pour ne pas paraître n'avoir rien fait, je comblerai les lacunes laissées par mon frère et par l'illustre géomètre; je donnerai donc la démonstration synthétique du problème que j'avais proposé relativement à la cycloïde, sans recourir aux infiniment petits, en faveur de ceux qui ignorent ou désapprouvent ce calcul :

« *Si sur la même base horizontale on décrit tant de cycloïdes qu'on voudra, à partir d'un même point pris sur cette base, celle qui coupera à angle droit la verticale donnée fournira à* *un corps pesant le chemin le plus rapide pour aller du point à la verticale.* »

Pour cela, Jacques Bernoulli compare entre eux les temps qu'il faudrait à un corps pesant pour parcourir les arcs compris, sur la cycloïde qui vient d'être définie et sur une autre quelconque, entre le point et la verticale donnés, au moyen de théorèmes établis par Huyghens dans son *Horologium*, mais il serait plus simple de faire le calcul directement.

Toutefois le procédé qu'il emploie lui permet ensuite d'aborder la question relativement à d'autres courbes semblables entre elles.

Solutio sex problematum fraternorum in Ephem. Gallic. 26 *aug.* 1697 *propositorum.* C'est-à-dire : *Solution des six problèmes proposés par mon frère, dans le* Journal des Savants, *au mois d'août* 1697. (*Acta Eruditorum*, 1698.)

Le principal de ces problèmes, et le seul dont nous pensions devoir faire mention, avait pour objet de déterminer la ligne la plus courte entre deux points, sur une surface donnée.

Jean Bernoulli avait pris pour exemple un conoïde parabolique. Jacques traita la question, mais en se bornant au cas qui était proposé ; il obtint l'équation différentielle de la courbe cherchée, mais, il ne vit pas, ou du moins, il ne paraît pas avoir aperçu, la condition caractéristique qui assigne la nature de la courbe dans tous les cas possibles, et qui est d'avoir, en chacun de ses points, son plan osculateur normal à la surface sur laquelle elle est tracée.

Du reste, ce qu'a laissé Jacques Bernoulli sur la question est très écourté : ce qu'il a publié dans les *Acta* de 1698 n'est guère qu'un programme de solution, et ce qu'on a trouvé dans ses papiers, après sa mort, est tout aussi incomplet.

C'est Jean qui a découvert le caractère général de la ligne minimum entre deux points, sur une surface donnée, mais il ne paraît l'avoir aperçu que très tard.

Analysis magni problematis isoperimetrici. (*Acta Eruditorum*, 1701.)

Jacques Bernoulli commence par établir la relation, non encore énoncée jusque-là, qui lie la $(n+1)^{\text{ième}}$ valeur d'une variable à la première et à ses n premières différentielles :

$$y_{n+1} = y + n\,dy + \frac{n(n-1)}{1.2}d^2y + \dots.$$

On voit par là qu'il était juste d'admettre qu'on savait fort bien, parmi les disciples de Leibniz, qu'une équation différentielle de l'ordre n est une relation entre $(n+1)$ états consécutifs d'un phénomène, infiniment voisins les uns des autres et équidistants entre eux par rapport à la variable indépendante.

Par exemple, si l'on considère quatre ordonnées consécutives d'une courbe, y_0, y_1, y_2, y_3 : on aura

$$y_3 = y_0 + 3\,dy_0 + 3\,d^2y_0 + d^3y_0.$$

Bernoulli ne formule la relation que pour ce cas parce que cela lui suffira, comme on va le voir.

Il admet, ce qui est à peu près évident, que, de toutes les courbes isopérimètres terminées aux mêmes extrémités, celle qui jouit d'une propriété de maximum ou de minimum, est nécessairement telle qu'une de ses parties, quelconque, aura le même privilège, sur toutes les lignes qui se termineraient aux mêmes extrémités qu'elle. (*Si curva* ABD *inter omnes sibi isoperimetras iisdem punctis* A,D *interceptas curvas privilegii cujusdam maximi, minime-ve potiatur, quælibet ejus particula* BFGC *eodem quoque præ aliis omnibus sibi æqualibus, interque puncta* B *et* C *extensis lineis, privilegio gaudebit.*)

Par suite de l'admission de ce principe, la question se réduit d'elle-même à exprimer la condition de maximum ou de minimum dont il s'agit, par rapport à une partie de la courbe composée, par exemple, de trois éléments consécutifs, compris entre quatre points, dont les deux extrêmes pourront être regardés comme fixes et dont les deux intermédiaires pourraient se déplacer, mais de façon, toutefois, que la somme des trois petits arcs restât constante, afin de maintenir l'isopérimétrie.

Jacques Bernoulli suppose successivement que les deux points intermédiaires se déplacent d'abord sur leurs ordonnées respectives, ensuite sur des petits cercles décrits des deux points extrêmes comme centres, la somme des trois arcs restant bien entendu constante, et il établit la relation qui lie alors les variations des ordonnées de ces deux points intermédiaires.

Nous ne reproduisons pas les formules auxquelles il parvient parce qu'il est très facile de les obtenir, plus simplement d'ailleurs que ne l'a fait Bernoulli.

Cela posé, on voit en quoi consiste la méthode, et il suffira de l'appliquer à la question très générale que Jacques avait d'abord proposée à son frère et où il s'agissait de trouver, parmi toutes les courbes isopérimètres terminées aux mêmes extrémités, celle qui, par la transformation des ses ordonnées suivant une loi déterminée, donnerait lieu à une courbe dont l'aire fût maximum ou minimum.

Considérons sur la courbe cherchée quatre points

$$[x_0, y_0],\ [x_0 + h, y_1],\ [x_0 + 2h, y_2],\ [x_0 + 3h, y_3]$$

et désignons par

$$Y_0,\ Y_1,\ Y_2,\ Y_3$$

les ordonnées correspondantes de la courbe dont l'aire doit être maximum ou minimum, Y_0, Y_1, Y_2, et Y_3, étant formées respectivement d'après la même loi en fonction de y_0, y_1, y_2 et y_3 : la somme des aires

$$hY_0,\ hY_1,\ hY_2,$$

devra être maximum ou minimum, c'est-à-dire plus grande ou moindre qu'elle ne serait si, par exemple, on déplaçait infiniment peu les deux points intermédiaires sur leurs ordonnées respectives, c'est-à-dire si l'on faisait varier infiniment peu y_1 et y_2, sans changer ni y_0 ni y_3 ni h; on devra donc avoir

$$h\,dY_1 + h\,dY_2 = 0,$$

ou

$$dY_1 + dY_2 = 0.$$

Mais Y_1 et Y_2 dépendant respectivement de y_1 et y_2 suivant la même loi, $\frac{dY_1}{dy_1}$ et $\frac{dY_2}{dy_2}$ sont les mêmes fonctions, l'une de y_1 et l'autre de y_2; et, puisque y_2 n'est autre chose que $y_1 + dy_1$, si

$$dY_1 = \frac{1}{a} f(y_1)\,dy_1,$$

il faudra que

$$dY_2 = \frac{1}{a} f(y_1 + dy_1) dy_2,$$

ou

$$dY_2 = \frac{1}{a} \left[f(y_1) dy_2 + f'(y_1) dy_1 dy_2 \right];$$

ainsi l'équation

$$dY_1 + dY_2 = 0$$

se réduira à

$$f(y_1) dy_1 + f(y_1) dy_2 + f'(y_1) dy_1 dy_2 = 0,$$

d'où

$$\frac{dy_1}{-dy_2} = \frac{f(y_1) + f'(y_1) dy_1}{f(y_1)} \quad (^1).$$

Cela posé, la condition d'isopérimétrie fournit une autre valeur de $\frac{dy_1}{-dy_2}$, et, en égalant ces deux valeurs, on trouve l'équation du problème qui est :

$$f(y_1)(ds)^2 d^3y - 3f(y_1) dy (d^2y)^2 - f'(y_1) dy_1 (ds)^2 d^2y = 0,$$

où y désigne l'ordonnée du premier des quatre points, ds le premier des trois petits arcs, f la dérivée de la fonction qui exprime Y en y, f' la seconde dérivée de cette fonction et y_1 l'ordonnée du second point. Les ordonnées des quatre points sont d'ailleurs séparées les unes des autres par un même intervalle dx.

Comme

$$ds^2 = dy^2 + dx^2,$$

(1) Les notations f ni f' n'étaient pas encore connues à l'époque : Bernoulli représente par une lettre le rapport $\frac{dY_1}{dy_1}$, et par cette lettre augmentée de sa différentielle, le rapport $\frac{dY_2}{dy_2}$.

il en résulte, dx étant constant,

$$ds\,d^2s = dy\,d^2y.$$

Bernoulli fait la substitution et l'équation de la courbe cherchée devient

$$f(y_1)\,ds^2\,d^3y - 3f(y_1)\,ds\,d^2s\,d^2y - f'(y_1)\,dy_1(ds)^2\,d^2y = 0$$

ou

$$f(y_1)\,ds\,d^3y - 3f(y_1)\,d^2s\,d^2y - f'(y_1)\,dy_1\,ds\,d^2y = 0.$$

Cette équation s'intègre immédiatement et donne

$$\frac{d^2y}{f(y_1)\,ds^3} = \text{constante}.$$

Bernoulli fait la constante égale à $\pm\frac{1}{a^2\,dx}$, en sorte que l'équation devient

$$\frac{d^2y}{f(y_1)\,ds^3} = \pm\frac{1}{a^2\,dx},$$

a étant arbitraire.

Il change alors de variable, et, pour cela, pose

$$a\,dy = t\,dx,$$

équation d'où l'on tire d'abord,

$$a\,d^2y = dt.dx;$$

et, ensuite,

$$a^2\,dy^2 = t^2\,dx^2.$$

ou, en ajoutant $a^2\,dx^2$ aux deux membres,

$$a^2\,dy^2 + a^2\,dx^2 = (a^2 + t^2)\,dx^2.$$

C'est-à-dire

$$a^2 ds^2 = (a^2 - t^2) dy^2,$$

ou

$$ds = \frac{dx}{a}\sqrt{a^2 + t^2}.$$

Remplaçant maintenant d^2y et ds par leurs valeurs dans l'équation

$$\frac{d^2 y}{f(y_1)\, ds^3} = \pm \frac{1}{a^2 dx},$$

il vient

$$\frac{a^2 dt}{f(y_1)\, dx\, (a^2 + t^2)^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{1}{a^2},$$

c'est-à-dire

$$\frac{a^2 dt}{(a^2 + t^2)^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{f(y_1)\, dx}{a^2},$$

ou, en remplaçant dx par $\frac{a\,dy}{t}$, en vertu de la formule de transformation

$$a\,dy = t\,dx,$$

$$\frac{a^2 dt}{(a^2 + t^2)^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{f(y_1)\, dy}{at},$$

ou enfin

$$\frac{a^2 t\, dt}{(a^2 + t^2)^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{f(y_1)\, dy}{a}.$$

Mais on peut, dans cette équation, remplacer y_1 par y, et, alors, le second membre devient la différentielle de Y. On peut donc intégrer, et il vient

$$Y = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - t^2}} + \text{const.}$$

équation dans laquelle Y est la fonction donnée de l'ordonnée de la courbe isopérimètre, qui représente l'ordonnée de la courbe dont l'aire doit être maximum ou minimum. Bernoulli fait la constante nulle ou égale à a suivant qu'il prend le signe $+$ ou le signe $-$ pour le radical. Mais il ne dit pas pourquoi.

Si nous représentons par $F(y)$ la fonction donnée et par c la constante, l'équation précédente donne

$$\frac{a^2}{a^2 - t^2} = (F(y) - c)^2,$$

et l'on en tire

$$t = \pm\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{(F(y) - c)^2}}.$$

Enfin, comme on a posé

$$a\,dy = t\,dx,$$

il convient de remplacer t par $a\dfrac{dy}{dx}$, ce qui donne pour l'équation différentielle de la courbe cherchée

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{(F(y) - c)^2 - a^2}}{F(y) - c};$$

d'où résulte

$$x = \int \frac{(F(y) - c)\,dy}{\sqrt{(F(y) - c)^2 - a^2}}.$$

Nous ne ferons ici aucune réflexion sur cette solution qui, évidemment, est beaucoup trop compliquée. Nous y reviendrons dans l'article consacré à Jean Bernoulli.

VARIGNON (PIERRE).

(Né à Caen en 1654, mort à Paris en 1722.)

Il était fils d'un architecte et se destinait à l'état ecclésiastique, lorsqu'un *Euclide* qui lui tomba sous la main commença à éveiller son goût pour les Mathématiques. La lecture des ouvrages de Descartes acheva de le déterminer. Il vint à Paris en 1686, avec l'abbé de Saint-Pierre, qui lui fit une pension de 300 livres. Son *Projet d'une nouvelle mécanique*, qu'il publia en 1687, lui ouvrit les portes de l'Académie, et lui valut une chaire de Mathématiques au collège Mazarin. Il remplaça Duhamel, en 1704, dans sa chaire au Collège de France.

Varignon fut l'un des premiers en France qui acceptèrent les principes de l'analyse infinitésimale. Il les défendit avec succès devant l'Académie contre Rolle et autres. Il était lié d'amitié avec Leibniz et les Bernoulli.

On a de lui : *Nouvelles conjectures sur la pesanteur* (1690), ouvrage peu estimé; *Nouvelle mécanique* (1725); *Éclaircissements sur l'analyse des infiniment petits* (1725); *Traité du mouvement et de la mesure des eaux courantes* (1725); des mémoires insérés dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*, et quelques ouvrages sur la religion.

Le principal titre de Varignon consiste dans ses travaux sur la Mécanique, qu'il a débarrassée de vieilles démonstrations métaphysiques, enrichie de nouveaux théorèmes, et coordonnée d'une façon régulière.

Galilée avait clairement énoncé le principe de la composition du mouvement déjà acquis par un corps et de celui qu'une force intervenante lui aurait communiqué à partir du repos; Huyghens avait indiqué le principe de la composition des mouvements que produiraient séparément deux forces simultanées. Stevin avait entrevu la règle de composition des forces concourantes ; mais c'est à Varignon qu'est dû le premier énoncé clair de cette loi, sous la forme qui lui a été conservée. C'est à lui aussi qu'il faut reporter l'origine de la théorie des moments pour les forces concourantes. Enfin, il a, le premier, donné un énoncé général du principe des vitesses virtuelles.

Sa mécanique est triple en quelque sorte : il établit les conditions d'équilibre des diverses machines par la composition directe des forces, au moyen du théorème d'Archimède relatif au levier et de son propre théorème pour la composition des forces concourantes, puis il montre, pour chaque cas, que les moments des forces en équilibre, pris par rapport au point fixe de la machine, donnent une somme nulle, et que la somme des produits de chaque force par la vitesse virtuelle de son point d'application est aussi nulle.

Beaucoup de contemporains de Varignon ont laissé des travaux plus importants que les siens sur différents points difficiles de la mécanique, mais aucun n'a plus fait pour en éclaircir les principes et en simplifier l'exposition.

NIEUWENTYT (BERNARD).

[Né à Westgraafdyk (Hollande) en 1654, mort à Purmerende en 1718.]

« Il s'attacha d'abord, dit Niceron, à bien former son jugement et à l'art de raisonner juste, suivant en cela les principes de Descartes, dont la philosophie lui plaisait beaucoup. Il étudia ensuite les Mathématiques, la Médecine et le droit; il réussit dans toutes ces Sciences et devint bon philosophe, grand mathématicien, médecin distingué, magistrat habile et équitable. D'un caractère naturellement froid, il ne laissait pas d'être très agréable en conversation; ses manières engageantes lui gagnaient l'affection de tout le monde et ramenaient souvent à son avis des personnes qui en paraissaient fort éloignées. »

Il fut conseiller et bourgmestre de Purmerende.

Outre des ouvrages philosophiques, il a laissé : *Analysis infinitorum* (1695), et *Considerationes secundæ circa calculi differentialis principia* (1696).

Il fut un des premiers géomètres qui acceptèrent les principes de l'analyse infinitésimale, après les Bernoulli et le marquis de l'Hospital; mais il ne les comprit pas précisément tout d'abord. Il demandait souvent des explications, que Leibniz lui fournissait toujours avec bienveillance.

GUGLIELMINI (DOMINIQUE).

(Né à Bologne en 1655, mort à Padoue en 1710.)

Médecin, mathématicien et hydraulicien. C'est surtout comme hydraulicien qu'il est connu. Il fut tour à tour employé par le pape, par Venise et par d'autres villes italiennes, à l'endiguement des fleuves, et il a laissé sur l'hydraulique des ouvrages estimés qui ont ouvert la voie à Du Buat. Ce sont : *Aquarum fluentium mensuræ novo methodo inquisitæ* (Bologne, 1690), et *Traité de la nature des Fleuves* (1697), en italien.

TOURNEFORT.

(Né à Aix, en Provence, en 1656, mort à Paris en 1708).

Il manifesta de très bonne heure le goût des herborisations et apprit seul à connaître les plantes des environs de sa ville natale. « Un jour, dit Fontenelle, il découvrit dans la bibliothèque de son père les ouvrages de Descartes et reconnut aussitôt la philosophie qui y était développée pour celle qu'il cherchait. » Il montrait du reste autant de passion pour l'Anatomie et la Chimie que pour la Botanique.

Dès qu'il put suivre son inclination, il parcourut le midi de la France, les Alpes et les Pyrénées, l'Espagne et le Portugal, puis les Pays-Bas et l'Angleterre, pour en étudier les plantes. Il entreprit ensuite, sur les ordres du roi, un long voyage scientifique en Orient. Il fut nommé professeur de Botanique au Jardin des plantes en 1683 et publia ses *Éléments de botanique* en 1694.

Tous les botanistes, depuis Conrad Gesner, groupaient les plantes d'après les caractères que leur paraissaient présenter les organes de la fructification, mais leurs classifications étaient restées bien incertaines et très arbitraires. Ainsi le plus grand botaniste anglais, John Ray (1628-1705), se servait à la fois des caractères suivants : la durée, la consistance, l'absence ou la présence de la fleur, ou de la corolle, le nombre des pétales, l'adhérence ou non du périanthe à l'ovaire, l'inflorescence, la disposition des feuilles, la nature du péricarpe, le nombre des graines, celui des cotylédons, etc. Pierre Magnol, (1638-1715) médecin du roi et auteur d'un *Prodromus historiæ plantarum* (Montpellier 1689) distinguait encore les plantes en herbes et arbres ou arbrisseaux ; il considérait ensuite la nature de la racine, de la tige, du fruit ou de la graine, l'absence ou la présence des feuilles et de la corolle, la composition de celle-ci, monopétale ou polypétale, papilionacée, cruciforme, campanulée, labiée ; la disposition des fleurs, etc.

Tournefort, quoiqu'il reconnût l'importance des autres caractères pour servir à la classification des espèces, n'admit plus guère à la distinction des genres que ceux de la fleur.

Il classa ainsi 10146 espèces en 698 genres. Sa classification parut si neuve, si lumineuse et si savante qu'elle fut immédiatement adoptée, même par John Ray.

C'est essentiellement sur la considération des corolles qu'est fondée cette classification, elle comprend ving-deux classes et chaque classe est ensuite subdivisée en genres.

EISENSCHMID (JEAN-GASPARD).

(Né à Strasbourg en 1656, mort en 1712.)

Médecin et mathématicien, membre de l'Académie des Sciences (1699). Un de ses ouvrages : *Diatribe de figura telluris elliptico-sphæroïde* (Strasbourg, 1691), fit naître la fameuse dispute sur le point de savoir dans quel sens la Terre était allongée.

CRAIG (JEAN).

(Né en 1656, mort en 1718.)

Il se fit connaître d'abord en s'efforçant de vulgariser la grande découverte de Leibnitz. Il se jeta ensuite dans des écarts en essayant de soumettre à l'algèbre la probabilité des faits historiques; mais il publia plus tard des mémoires intéressants de Mathématiques : *Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehensarum quadraturas determinandi* (Londres, 1685); *Tractatus mathematicus de figurarum curvilinearum quadraturis et locis geometricis* (Londres, 1693); *De calculo fluentium libri duo, quibus subjunguntur libri duo de optica analytica* (Londres, 1718).

Leibniz l'estimait beaucoup et lui témoigna souvent, dans ses ouvrages, sa reconnaissance pour avoir répandu en Angleterre les notions de Calcul différentiel.

HALLEY (EDMOND).

(Né à Haggerston, près Londres, en 1656, mort à l'Observatoire de Greenwich en 1724.)

Son père était fabricant de savon. Après avoir fréquenté l'école de Saint-Paul, à Londres, jusqu'à l'âge de seize ans, il alla terminer ses études au collège de la Reine, à Oxford.

Il publia en 1676, dans les *Transactions philosophiques,* un mémoire où il cherchait à déterminer géométriquement les principaux éléments des orbites des planètes. Il sollicita la même année et obtint d'être envoyé, aux frais de l'État, à Sainte-Hélène pour y dresser le catalogue des étoiles australes. Son père s'était fait un plaisir de contribuer à augmenter ses ressources, et la Compagnie des Indes lui promettait l'appui dont il aurait besoin. Il fit construire un sextant de 5 pieds et demi, des lunettes dont l'une avait 24 pieds, des micromètres, etc.

Les mauvais temps continuels qu'il eut à essuyer rendirent son séjour à Sainte-Hélène peu fructueux; il ne put observer que

360 étoiles, dont il prenait les distances à celles de l'hémisphère boréal. Il revint en Angleterre au bout d'un an, après avoir eu le bonheur de faire l'observation d'un passage de Mercure sur le Soleil, observation qui lui donna dès lors l'idée de déterminer la parallaxe du Soleil par les passages de Vénus, qui devaient fournir de plus grandes facilités.

Il publia ses observations sous ce titre : *Catalogus stellarum australium, seu supplementum catalogi Tychonici, exhibens longitudines et latitudines stellarum fixarum, quæ, prope polum antarcticum sitæ, in horizonte uraniburgico Tychoni, etc., opus ab astronomis hactenus desideratum* (1679).

L'impression n'était pas encore terminée, que la Société royale se l'adjoignit, quoiqu'il n'eût encore que vingt-deux ans.

Il s'occupa beaucoup alors du magnétisme terrestre, et publia sur ce sujet, dans les *Transactions philosophiques* de 1683, un important mémoire contenant le tableau de la déclinaison magnétique aux principales stations des deux hémisphères, et une théorie pour relier entre eux tous les faits. Mais ses idées, à cet égard, le conduisirent à attribuer à la Terre quatre pôles magnétiques, dont deux, appartenant à la croûte extérieure solide, auraient été fixes, et dont les deux autres, portés par un noyau solide intérieur, baignant dans un liquide intermédiaire, auraient été mobiles avec ce noyau, dont la révolution aurait embrassé une période de quelques centaines d'années.

Il donna, en 1685, dans un mémoire présenté à la Société royale, une formule pour le calcul des hauteurs par le baromètre. Cette formule est

$$h = A \log \frac{P}{p},$$

où P et p désignent les pressions atmosphériques aux deux stations, A une constante que l'expérience devait fournir et h la différence de niveau des deux stations. Il déduisait cette formule de considérations théoriques fondées sur l'analogie de la loi de Mariotte,

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p},$$

avec la relation qui lie les coordonnées de deux points d'une hyperbole rapportée à ses asymptotes,

$$\frac{y}{y'} = \frac{x'}{x}.$$

Il résultait, en effet, de cette analogie, que, si l'on portait les volumes d'un même poids d'air en abscisses et les pressions en ordonnées, le lieu des points correspondants aux différents états de la masse d'air considérée devait être une hyperbole.

Mais la différence des pressions exercées sur la colonne barométrique en deux points d'une verticale est la différence du poids des tranches d'air interposées, qui seraient contenues dans le cylindre vertical, de même calibre que le baromètre, qui relierait les deux points. Si donc on divise en parties égales la différence des hauteurs barométriques, P et p, aux deux stations, ces parties correspondent à des poids égaux de l'air contenu dans le cylindre en question; d'un autre côté, les hauteurs des parties correspondantes de la colonne d'air seront les abscisses des points de l'hyperbole dont il a été parlé, qui auraient pour ordonnées toutes les valeurs équidistantes de la pression, comprises entre P et p; enfin la différence de niveau des deux stations sera la somme de toutes ces abscisses.

Mais les ordonnées variant en progression arithmétique, le produit de la somme des abscisses par la différence constante des ordonnées donnerait l'aire du segment de l'hyperbole compris entre les parallèles menées à l'axe des x par les points dont les ordonnées seraient P et p. La hauteur cherchée est donc proportionnelle à cette aire.

Le reste suit de là.

Il publia, en 1686, une théorie des vents alizés et des moussons. Cette théorie était assez mauvaise, mais Halley l'accompagna d'une bonne carte pour donner les directions de ces vents.

Ses recherches sur le magnétisme terrestre lui avaient inspiré le désir de faire lui-même des observations sur la déclinaison de l'aiguille en différents points de la surface du globe, principalement dans l'océan Atlantique, près de l'Equateur. Ses vues furent acceptées par Guillaume Ier, qui lui confia le commandement d'un navire « pour parcourir l'océan Atlantique, constater la loi des variations magnétiques et tenter de nouvelles découvertes ». Halley partit d'Angleterre en 1698, visita les côtes d'Afrique et d'Amérique, alla aux Indes et revint par les Açores, les îles du Cap-Vert et les Canaries. A son retour, en 1700, il publia la première carte de déclinaison. Il fut ensuite chargé, en 1701, de faire le relevé topographique des côtes anglaises de la Manche et d'y déterminer les hauteurs des marées.

On doit encore à Halley d'avoir signalé le premier une relation entre les aurores boréales et le magnétisme terrestre; il croyait, comme Mariotte, que les sources sont alimentées par l'eau atmosphérique, mais il en voyait une autre origine dans la condensation des vapeurs aux sommets des hautes montagnes; enfin il attribua, le premier, une origine cosmique aux aérolithes.

Il succéda, en 1703, à Wallis, dans la chaire de Géométrie à Oxford, et fut nommé, en 1713, secrétaire de la Société royale de Londres.

Ses recherches en Géométrie pure, quoiqu'il n'y consacrât que peu de loisirs, eussent cependant suffi pour lui mériter une place distinguée dans l'histoire des Sciences. Très versé dans la Géométrie ancienne, il a donné, sous le titre de *Apollonii Pergæi conicorum libri octo* (Oxford, 1710), une magnifique édition, la seule d'ailleurs qui soit complète, des coniques d'Apollonius, dont il a rétabli le huitième livre; il publia ensuite les deux livres de Serenus sur les sections du cône et du cylindre.

On lui doit aussi la traduction, faite sur un manuscrit arabe, du traité *De sectione rationis* d'Apollonius, qui était resté jusqu'alors inconnu. On remarquera que Halley ne savait pas un mot d'arabe lorsqu'il entreprit cette traduction, et qu'il apprit cette langue pour connaître l'ouvrage de son auteur favori. Il rétablit aussi le traité *De sectione spatii*, du même, d'après les indications de Pappus. Ces ouvrages avaient pour objet de mener, par un point pris dans le plan de deux droites, une transversale qui déterminât sur elles, à partir de deux points fixes, des segments dont le rapport ou le produit fussent donnés. Halley généralisa les méthodes d'Apollonius et les simplifia. On trouve, entre autres additions que contiennent les notes de sa traduction, l'énoncé de ce théorème : *Quand un quadrilatère est circonscrit à une parabole, toute tangente à cette courbe divise deux côtés opposés du quadrilatère en segments proportionnels.* Halley avait aussi préparé une édition des *Sphériques* de Ménélaus; elle a été publiée, en 1758, par les soins de son ami, le docteur Costard.

Il donna la première solution qu'on ait eue de ce problème : décrire une conique dont trois points et l'un des foyers sont connus. Cette solution, à laquelle il employait une hyperbole, est développée dans un mémoire inséré dans les *Transactions philosophiques*, sous ce titre : *Methodus directa et geometrica cujus ope investigantur aphelia, etc., planetarum.*

Enfin, la curieuse propriété de la loxodromie (route suivie par un vaisseau dirigé constamment sur le même rumb de vent), d'avoir pour projection stéréographique une spirale logarithmique, a été aussi découverte par Halley.

Le plus important de ses ouvrages est sa théorie des comètes : *Synopsis astronomiæ cometicæ, qua cometarum hactenus debite observatorum motus in orbe parabolico repræsentantur, eorumque qui annis* 1680 et 1682 *fulsere, post certas periodos redeuntium, motus in orbis ellipticis accurato calculo subjiciuntur.*

La première partie est de 1705. Halley admettant, d'après Newton, que les orbites des comètes sont paraboliques, observe judicieusement que toutes leurs trajectoires ayant pour centre de similitude commun le centre du Soleil, leur foyer commun, les rayons menés dans leurs plans respectifs sous les mêmes angles avec les rayons périhélies, limitent, dans ces paraboles, des aires semblables et proportionnelles aux quarrés des distances périhélies; que ces aires étant d'ailleurs, dans chaque parabole, proportionnelles aux temps employés à les décrire, il y a donc la plus grande similitude entre les mouvements de toutes les comètes, et qu'ainsi il est très facile de passer du mouvement de l'une aux mouvements de toutes les autres.

Ce principe si simple lui facilita singulièrement la construction de sa table, qui contenait, pour chacune des comètes convenablement observées avant lui, l'année de l'apparition, la longitude du nœud ascendant, l'inclinaison de l'orbite, la longitude du périhélie, la distance au périhélie, le logarithme du mouvement diurne, l'époque du passage au périhélie, la distance du périhélie au nœud et le sens du mouvement direct ou rétrograde.

C'est en comparant entre eux les résultats consignés dans cette table, qu'il avait dressée avec tant de soin, que Halley conçut l'idée de la possibilité du retour de quelques comètes et songea à leur attribuer des orbites elliptiques. « La table précédente, dit-il dans la seconde partie, était composée depuis plusieurs années, lorsque j'ai entrevu, d'après la ressemblance des éléments, que les comètes des années 1531, 1607 et 1682 n'étaient que la même comète qui s'était montrée à nous trois fois. En examinant plus attentivement les catalogues des anciennes comètes, j'en vis trois autres qui revenaient dans le même ordre et à de pareils intervalles, c'est-à-dire en 1305, 1380 et 1456. Je commençai à prendre plus de confiance, et, m'étant fait une méthode pour calculer l'ellipse la plus excentrique, en supposant le grand axe connu, je calculai, dans cette ellipse, les observations que Flamsteed avait faites avec son grand sextant. Cet examen rigoureux prouva la justesse de mes prévisions. »

Halley, dès lors, ne douta plus, et se hasarda à prédire pour 1758 la réapparition de la comète observée par Képler en 1607 et qu'il pensait être la même que celle de 1682. Il prie la postérité, dans le cas où sa prédiction se réaliserait, de se souvenir que c'est un Anglais qui, le premier, a fait cette remarque. On s'est souvenu de ce vœu, et la comète de 1682 a reçu définitivement le nom de comète de Halley. Elle reparut en janvier 1759. Son second retour, prédit par Arago pour le 13 novembre 1835, s'est réalisé le 16 du même mois. Elle doit, d'après les calculs des astronomes, reparaître en 1911.

Après avoir achevé ce beau et grand travail, Halley entreprit de construire de nouvelles tables pour les planètes. Elles parurent en 1719. L'année suivante, à soixante-quatre ans, il remplaça Flamsteed à l'observatoire de Greenwich, et, plein d'ardeur encore, il voulut refaire la théorie de la Lune. Les tables qu'il construisit pour notre satellite, et dont il s'occupa jusqu'à sa mort, ne parurent qu'en 1749, en même temps que celles de Lacaille, qui, fondées sur la théorie des perturbations, inconnue de Halley, se trouvèrent naturellement plus exactes.

HARTSOECKER (NICOLAS).

(Né à Gouda (Hollande) en 1656, mort à Utrecht en 1725.)

Il perfectionna le microscope et découvrit les animalcules spermatiques. Il publia à Paris, en 1694, un *Essai de Dioptrique*, où il développait, pour la fabrication des verres de lunettes, des moyens nouveaux qui lui permettaient d'obtenir des résultats très remarquables pour l'époque.

Il recherchait les disputes et attaqua Leibniz et Newton, qui ne lui répondirent pas.

TRUCHET (JEAN).

(Né à Lyon en 1657, mort à Paris en 1729.)

Il entra dans l'ordre des Carmes, sous le nom de Père Sébastien. Envoyé à Paris pour y suivre les cours de philosophie et de

Théologie, il ne s'y occupa guère que de mécanique, et se fit bientôt connaître assez avantageusement pour que Colbert lui conférât le brevet d'une pension de 600 livres. Truchet prit une grande part aux travaux destinés à amener l'eau dans les jardins de Versailles; et la direction du canal d'Orléans lui fut confiée peu de temps après. Nommé membre honoraire de l'Académie des Sciences en 1699, il fut ordinairement chargé des rapports à faire sur les machines présentées à ce corps savant. Truchet avait imaginé, pour la vérification de la loi de la chute des corps, une machine très ingénieuse fondée sur des connaissances approfondies en mécanique ; il traçait sur la surface d'un paraboloïde de révolution, dont l'axe était vertical, un canal spiral coupant tous les méridiens sous un angle constant; si la loi de Galilée était exacte, une boule abandonnée à elle-même dans la rainure devait toujours employer le même temps à en parcourir une spire, quel que fût le point d'où elle serait d'abord partie.

L'industrie lui a dû un grand nombre de modèles de machines utiles, notamment pour la fabrication des monnaies, le blanchissage des toiles, etc. C'est également lui qui inventa la machine que les charpentiers nomment un diable, à cause de sa force, et qui sert à transporter les plus grands arbres sans les endommager. On a de lui, dans le recueil de l'Académie : *Explication d'une machine pour étudier l'accélération des boules qui roulent sur un plan incliné* (1699); *Mémoire sur la composition des carreaux mi-partis* (1704); *Observations de la hauteur du baromètre à Clermont et sur le mont Dore* (1705).

DERHAM.

(Né à Stoughton en 1657, mort à Upminster en 1735.)

Il était pasteur et fit partie de la Société royale de Londres. Outre des ouvrages de Théologie, il a publié plusieurs mémoires dans les *Transactions philosophiques*. Ses travaux portent sur la vitesse du vent, sur celle du son, sur la pluie et l'origine des sources.

Il n'attribuait au vent, dans une tempête, que la vitesse de 60 milles anglais à l'heure.

Il rechercha le premier les circonstances qui peuvent influer sur la vitesse du son. Il reconnut que le son se propage plus vite dans la direction du vent, que sa vitesse est uniforme et la même pour tous les bruits; enfin, qu'il se propage avec la même vitesse dans la direction verticale que dans une direction horizontale. Il observa aussi que le même son se propage avec plus d'intensité en hiver qu'en été, par les vents nord et est que par les vents sud et ouest. Il donna le moyen de connaître la distance à laquelle la foudre éclate par l'intervalle de temps écoulé entre les perceptions de la lumière de l'éclair et du bruit du tonnerre.

FONTENELLE (BERNARD LE BOVIER DE).

(Né à Rouen en 1657, mort à Paris en 1757.)

Il était neveu du grand Corneille, par sa mère. Il s'occupa d'abord de littérature et fut de l'Académie Française (1691) avant d'être de l'Académie des Sciences.

Ses entretiens sur la *Pluralité des Mondes* sont de 1686. C'est le seul ouvrage qu'il ait écrit sur les Sciences, mais il leur a rendu, comme secrétaire perpétuel de l'Académie, un autre service, en nous conservant, dans les éloges des académiciens morts, les biographies de soixante-neuf savants, membres ou correspondants de l'Académie des Sciences.

SAURIN (JOSEPH).

(Né à Courtaison en 1659, mort à Paris en 1737).

Nous ne voulons rien dire de sa vie, où se trouvent des taches regrettables.

Il a le premier éclairci la question délicate de la détermination des tangentes aux points multiples des courbes algébriques.

Il avait beaucoup étudié l'horlogerie et contribua à ses progrès.

STAHL (GEORGES-ERNEST).

(Né à Ansbach en 1660, mort à Berlin en 1734.)

Il se fit recevoir docteur en Médecine à Iéna, en 1684. Il donna alors des leçons particulières, tout en exerçant son art. Le duc de Saxe-Weimar le nomma son médecin ordinaire en 1687; il fut appelé, en 1694, à occuper une chaire à l'Université de Halle, qui venait d'être fondée. Son enseignement et ses ouvrages le placèrent bientôt au premier rang parmi les savants allemands. Il était considéré comme le plus grand médecin de son temps, et opéra en Chimie une véritable révolution. Toutefois, hâtons-nous de le dire, en Médecine comme en Chimie, ses succès consistèrent simplement à faire accepter deux grandes erreurs.

En Médecine, Stahl était animiste, ou, ce qu'on a depuis appelé vitaliste; il dédaignait les études anatomiques, et refusait à la Physique et à la Chimie tout pouvoir d'aider l'art de guérir.

En chimie, Stahl inventa la théorie du phlogistique, mais le nom n'est pas de lui : il appelait ce prétendu corps *das verbreunliche wesen*, le principe combustible; ses disciples le nommèrent *phlogiston*, de φλόξ, flamme.

Le phlogistique était le corps que perdaient en brûlant toutes les substances combustibles. Les corps les plus combustibles : le charbon, les huiles, les graisses, le soufre, le phosphore étaient les plus riches en phlogistique, et leur combustion n'était autre chose que leur déphlogistication. Les métaux contenaient du phlogistique, mais en petite quantité; en brûlant ils formaient des terres, corps plus simples, puisque c'étaient des métaux déphlogistiqués. Au contraire, la réduction d'un oxyde en métal avait pour effet de rendre à l'oxyde son phlogistique; aussi l'opération se faisait-elle en brûlant l'oxyde mélangé avec du charbon : le charbon, extrêmement riche en phlogistique, l'abandonnait à l'oxyde, qui redevenait métallique par cette addition.

Cette théorie fut d'abord acceptée d'enthousiasme, ce qui ne doit pas étonner, puisqu'elle coordonnait les faits les plus frappants et en fournissait une explication.

Mais bientôt s'élevèrent des protestations qui auraient dû la renverser immédiatement, si les habitudes acquises, la passion, la manie, l'esprit de coterie n'obtenaient pas le plus souvent un empire bien plus fort que celui de la raison : on objectait que les corps déphlogistiqués étaient plus lourds que phlogistiqués; que le colcothar pesait plus que le fer qui en provenait, que le pomphorix avait un poids plus considérable que le zinc qu'on en tirait, etc. A cela, les phlogisticiens répondirent que le phlogistique étant le plus léger de tous les corps, il rendait les autres plus légers en s'unissant à eux; il formait aérostat. La théorie du phologistique, ainsi soutenue, dura jusqu'à Lavoisier.

« Stahl, dit M. Formey, joignait à une lecture immense une pénétration exquise; il ne perdait pas le temps à faire des recueils, mais, saisissant l'essentiel des ouvrages qui tombaient entre ses mains, il se l'appropriait sans efforts. Il était droit et franc; il montrait sans ménagements les fautes dans lesquelles tombaient ses confrères, et ne tenait aucun compte de l'opinion de la multitude. »

Nous trouvons, dans les *Leçons de Philosophie chimique*, de M. Dumas, l'appréciation suivante des travaux et des idées de Stahl :

« Le célèbre inventeur de la théorie du phlogistique, à qui nous devons la connaissance de la meilleure partie des ouvrages de Becher, parvenue jusqu'à nous, a certainement puisé le germe de ses idées dans les écrits de ce dernier : il n'en parle qu'avec une sorte de fanatisme. Ainsi, il appelle son ouvrage : *opus sine pari*, ou *primum ac princeps*, et encore liber *undique et undique primus*. Loin de se parer des dépouilles de Becher, il cherche par tous les moyens à montrer l'estime profonde qu'il porte à son ouvrage. Il prétend y avoir puisé les premières notions de sa théorie..... Mais si Becher lui a fourni le premier germe du phlogistique, Stahl y a mis beaucoup du sien, quand il a fallu féconder cette pensée-mère.

« Tous ses ouvrages indiquent un génie vaste, un esprit pénétrant et riche de toutes sortes de connaissances. Il s'attache aux vues élevées et profondes, aux idées étendues. Il s'y abandonne même sans réserve et poursuit leurs conséquences au travers des ténèbres de la Science naissante. A cette époque obscure, la pensée de Stahl produit l'effet d'un éclair au milieu de la nuit, qui fend la nue et brille tant que la vue peut le suivre, qui brille encore quand l'œil se fatigue et le perd au loin.

« Comme Becher, trouvant les éléments d'Aristote inapplicables aux phénomènes de la Chimie, il les rejette et cherche ailleurs des corps indécomposables, qu'il puisse regarder comme vrais principes de la Chimie.

« S'il eût pris comme éléments les métaux ou les diverses modifications de la terre mercurielle de Becher, et s'il eût considéré les oxydes comme des composés dérivés de ces corps simples, sa théorie eût été conforme aux idées que nous avons aujourd'hui, aux doctrines qu'a établies Lavoisier. Mais il fit et devait faire l'inverse : il vit dans les oxydes des corps simples, et dans les métaux des corps composés. Il a été influencé par les idées qui régnaient de son temps sur la nature des métaux, que l'on s'accordait à regarder comme composés. Il a bien su mettre de côté les éléments aristotéliques, ainsi que les prétentions des physiciens ou mathématiciens à l'explication des phénomènes chimiques, mais il a tenu compte des opinions qui s'étaient transmises d'âge en âge sur les métaux.

« Ce qui étonne, c'est que Stahl savait parfaitement que le plomb qui s'oxyde, ou qui se déphlogistique, augmente de poids, tandis que l'oxyde de plomb, réduit par le charbon, tout en gagnant du phlogistique, diminue de poids. On trouve le fait consigné dans ses ouvrages: « La litharge, le minium, les cendres « de plomb, dit-il, pèsent plus que le plomb qui les fournit. » Mais cela ne l'a point arrêté.

« La doctrine de Stahl a pénétré tard en France. Elle y a éprouvé bien des objections. Il répugnait à beaucoup de personnes, et particulièrement à Buffon, d'admettre cet être idéal et insaisissable que Stahl appelait phlogistique.

« La doctrine du phlogistique aura toujours de l'intérêt, car elle a terminé, on peut le dire, la lutte entre la physique scholastique et la chimie expérimentale. Vivement engagée dans les leçons de Paracelse, continuée dans les écrits de Becher, celle-ci n'a cessé qu'après la découverte et l'adoption de la théorie de Stahl.

« Ce qui donnera toujours à Stahl une auréole de grandeur et de gloire, c'est que non seulement il a compris qu'il fallait reconnaître en chimie des corps indécomposables, tout différents des éléments d'Aristote, mais qu'il a consommé cette révolution dans les idées.

« C'est par là que, dans sa chimie nouvelle, il introduit une précision inconnue jusque là.

« Stahl a fait descendre jusqu'aux faits les théories qui s'égaraient dans les nuages. Il a été le précurseur nécessaire de Lavoisier, à qui il a préparé les voies d'une manière large qui n'appartient qu'au génie. »

Outre des mémoires, des dissertations, des thèses, Stahl a écrit un grand nombre d'ouvrages, mais assez obscurs et dont le style incorrect est absolument insupportable. Le latin et l'allemand y sont mêlés, dans les mêmes phrases, de la manière la plus incompréhensible, à ce point que, quelquefois, l'article est allemand, le nom est latin avec l'adjectif, le verbe allemand, etc. Exemple : *Ex hujus deinde remanentiâ, seu capite mortuo, woraus der spiritus salis getrieben worden, bleibt ein novum salinum zurücke,* etc.

Stahl opéra en Physiologie une révolution aussi considérable, mais aussi peu durable que celle dont il fut le promoteur en Chimie : il systématisa la doctrine de l'*animisme*, où la matière, réduite au rôle d'organe, dans la machine animale, ne sent, ne veut, ni ne peut que par l'intermédiaire de l'*autre,* comme disait Xavier de Maistre.

« Le système de Stahl, dit Sprengel, l'historien de la Médecine, repose entièrement sur l'état passif de la matière : le corps, comme tel, n'a pas la force pour se mouvoir et il doit toujours être mis en mouvement par des substances immatérielles; tout mouvement est le produit d'un acte immatériel et spirituel; toutes les propriétés du mouvement sont, pour la même raison, immatérielles.... Stahl refusait expressément à la matière jusqu'à la moindre force inhérente.... »

C'était une des idées de Descartes, mais exagérée encore.

M. Bouillaud reproduit le même jugement dans sa *Philosophie médicale :* « Le principe fondamental sur lequel repose tout le système de Stahl, le pivot sur lequel tourne toute sa théorie, est emprunté à la philosophie de Descartes et de Malebranche, suivant laquelle la matière est essentiellement passive. »

Voici au reste comment Stahl s'exprime lui-même : « Je ne pouvais rapporter à une altération quelconque dans les humeurs, les maladies particulières aux âges et aux tempéraments; je reconnus donc la fausseté de toute application des Sciences chimiques à la théorie des maladies; je ne pouvais d'ailleurs expliquer par les lois de la mécanique ces changements extraordinaires et subits que les passions occasionnent et qui produisent dans diverses parties du corps des actions tout autres que celles qui résultent naturellement de leur conformation mécanique, actions qui tiennent si évidemment à un désordre des mouvements vitaux, qu'il me paraissait absurde d'admettre la coopération d'une cause matérielle quelconque. Je sentis donc la nécessité de reconstruire la théorie médicale et de l'asseoir sur des fondements plus solides que des idées de Mécanique et de Chimie.

« L'être qui non seulement veut, mais exécute sa volonté par des mouvements, je dis que c'est l'âme raisonnable, et je lui attribue le pouvoir de produire et de diriger les mouvements locaux. »

Par une conséquence assez logique de sa théorie, Stahl en était venu à renoncer à peu près à toute médication : il guérissait *par expectation.*

Ses principaux ouvrages sont : *Fragmentorum ætiologiæ physiologico-chimicæ prodromus* (1683); *Disputatio de intestinis eorumque morbis* (1684); *De motu tonico vitali* (1692), où il expose sa théorie médicale; *De autocratia naturæ* (1696), où il cherche à établir la prépondérance de la nature et de l'âme dans la guérison des maladies; *Zymotechnia fundamentalis* (1697), ou théorie de la fermentation; *Observationes chemico-physico-medico curiosæ* (1697-98); *De venæ portæ porta malorum* (1698), où il attribue un grand nombre de maladies à des congestions de la veine porte; *De morborum ætatum fundamentis* (1698), un de ses ouvrages les plus estimés; *Podagræ nova pathologia* (1698); *Venæ sectionis patrocinium* (1698); *Inflammationis nova patho-*

logia (1698); *Pathologiæ fundamenta practicæ* (1699); *Mortis theoria medica* (1702); *Theoria medica vera* (1707), où il développe sa théorie de l'animisme; *De uromantiæ abusu tollendo* (1711); *Opusculum physico-chemico-medicum* (1715); *Fundamenta chymiæ dogmaticæ et experimentalis* (1718), traduit en français par Demachy; *Traité du soufre* (en allemand), traduit en français par le baron d'Holbach (1718); *Experimenta et observationes*, etc.

DE LAGNY (THOMAS-FAUTAT).

(Né à Lyon en 1660, mort en 1734.)

Après avoir étudié le droit à Toulouse, il vint à Paris pour s'adonner à l'étude des sciences. Il fut admis à l'Académie des Sciences en 1695.

Outre un grand nombre de travaux insérés dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, il a laissé des ouvrages intéressants : *Méthode nouvelle infiniment abrégée pour l'extraction des racines carrées et cubiques* (1692); *La cubature de la sphère par la décomposition en pyramides rectilignes* (1703); *Analyse générale des méthodes nouvelles pour résoudre les problèmes* (1733).

HOFFMANN (FRÉDÉRIC).

(Né à Halle en 1660, mort en 1742).

Médecin et chimiste célèbre. Il a fondé en médecine un système où se retrouve le vitalisme professé par Leibniz, mais il attira fortement l'attention sur les influences qu'exercent les phénomènes météorologiques sur le cours des maladies. Il fut un des premiers qui étudièrent l'action des eaux minérales et dénoncèrent l'utilité de l'emploi des ferrugineux.

On lui doit, comme chimiste, l'analyse d'un grand nombre d'eaux minérales; la découverte de la magnésie, qu'on avait jusqu'à lui confondue avec la chaux, et celle du sulfate de magnésie.

Il expliquait avec raison la formation des vents par l'inégalité de la tension entre les différentes couches d'air, et les variations de la pression barométrique par la plus ou moins grande humidité de l'air.

L'HOSPITAL (GUILLAUME-FRANÇOIS-ANTOINE), MARQUIS DE SAINT-MESME ET COMTE D'AUTREMONT.

(Né à Paris en 1661, mort en 1704.)

Il débuta par la carrière des armes, mais il y renonça bientôt à cause de la faiblesse de sa vue.

Jean Bernoulli étant venu en France, l'Hospital l'emmena dans une de ses terres et l'y garda pendant quatre mois pour apprendre de lui le Calcul différentiel. Il fut nommé l'année suivante membre de l'Académie des Sciences et rivalisa bientôt, dans la solution des problèmes que les géomètres s'envoyaient alors en défi les uns aux autres, avec Leibniz, les Bernoulli et Huyghens.

Il a laissé deux ouvrages qui ont eu une grande réputation et que l'on consulte encore aujourd'hui : L'*Analyse des infiniment petits,* publiée en 1696, et le *Traité analytique des sections coniques*, publié après sa mort, en 1707.

L'*Analyse des infiniment petits* rendit l'immense service de vulgariser la nouvelle méthode. « Jusque là, dit Fontenelle, la nouvelle Géométrie n'avait été qu'une espèce de système renfermé entre cinq ou six personnes. Souvent on donnait dans les journaux les solutions sans laisser paraître la méthode qui les avait produites, et lors même qu'on la découvrait, ce n'étaient que quelques faibles rayons de cette science qui s'échappaient, et les nuages se reformaient aussitôt. Le public ou, pour mieux dire, le petit nombre de personnes qui aspiraient à la haute Géométrie, étaient frappées d'une admiration inutile, qui ne les éclairait point, et l'on trouvait moyen de s'attirer leurs applaudissements en retenant l'instruction qu'on aurait dû leur donner. »

Aussi l'ouvrage du marquis de l'Hospital fut-il reçu avec une satisfaction universelle à laquelle ajoutèrent encore la clarté et l'esprit de méthode de l'auteur.

L'Hospital avait résolu en 1693 le problème, proposé par Jean Bernoulli, de trouver la courbe dont les tangentes terminées à un axe sont proportionnelles aux parties de cet axe comprises entre la courbe et ces mêmes tangentes. Il avait donné en 1695 la solution du problème de la courbe le long de laquelle devrait glisser le contrepoids d'un pont-levis, pour qu'il y eût toujours équilibre; il résolut en 1697, avec Newton, Leibniz et Jacques Bernoulli, le problème de la brachystochrone proposé par Jean Bernoulli. Enfin il traita en même temps que Jean Bernoulli le problème du solide de moindre résistance, dont Newton avait donné la solution dans son *Livre des Principes*, mais sans explications à l'appui. On voit qu'il marchait de pair avec les plus illustres géomètres de son temps. Jean Bernoulli crut pouvoir, un mois après la mort de l'Hospital, élever une réclamation de priorité au sujet de la règle au moyen de laquelle on obtient la valeur limite d'une fraction dont les deux termes tendent en même temps vers zéro. Cette règle, que l'Hospital avait donnée en 1696 dans son *Analyse des infiniment petits* n'en a pas moins gardé le nom de règle de l'Hospital.

Nous avons reproduit plus haut, à l'occasion de la querelle entre Newton et Leibniz, la remarquable solution de l'Hospital du problème du solide de moindre résistance; nous rapporterons ici celle du problème du pont-levis, que Sauveur lui avait proposé, après avoir vainement essayé de le résoudre par l'analyse ordinaire.

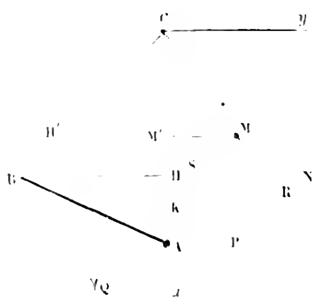
De Curva æquilibrationis ou solution du problème suivant : *Un pont-levis peut tourner autour d'un axe horizontal: une corde enroulée sur une poulie soutient le pont d'un côté et porte de l'autre un poids qui peut glisser le long d'une courbe contenue dans un plan vertical, on demande quelle doit être la figure de cette courbe pour que l'équilibre existe dans toutes les positions possibles, entre le poids du pont et le poids auxiliaire.* (*Acta Eruditorum*, 1695.)

La solution du marquis de l'Hospital est curieuse à connaître à cause de la singularité du choix des données, singularité qui témoigne de l'embarras qu'on éprouvait encore à l'époque pour introduire dans le calcul les grandeurs autres que celles qui se rencontrent en Géométrie.

Soient A (*fig.* 9) l'axe de rotation du tablier AB du pont, Q le poids de ce tablier, C la poulie sur laquelle passe la corde BCM, CMN la courbe cherchée, P le poids du corps qui doit glisser sur cette courbe : la condition d'équilibre serait que les moments, par rapport au point A, de Q et de la tension T de la corde BC, fussent égaux.

Mais, si l'on néglige le frottement en C, la tension de BC est égale à celle de CM ; et celle-ci résultera de la décomposition de la force P en deux, l'une dirigée suivant le prolongement de CM

Fig. 9.



et l'autre suivant la normale à la courbe en M. Tout revient donc à exprimer que le produit de la composante MR du poids P par la distance de BC au point A est égal au produit de la force Q par sa distance au même point A, mais c'est précisément ce qui embarrasse l'Hospital, qui, du reste, est bien loin de songer à employer une formule concrète aussi simple de la condition à remplir, le théorème de Varignon n'ayant pas encore passé alors, à ce qu'il paraît, à l'état de chose jugée.

« Il faut avant tout, dit-il, débarrasser la question de ce qu'elle a de mécanique, pour la rendre purement géométrique. » (*Ante omnia auferri debet, quod mechanicum est in questione, ut pure Geometrica reddatur.*) Et voici comment il s'y prend pour cela :

il suppose le poids du tablier appliqué en B, ou plutôt il le remplace, mais sans prévenir, par un autre, moitié moindre, appliqué en B, et il fait ce dernier égal à AC; quant au poids du corps M, il le représente par une longueur b.

Cela posé, si l'on mène les perpendiculaires BH et AH′ aux côtés AC et BC du triangle ABC, l'aire de ce triangle aura à la fois pour mesure $AC \times BH$ et $BC \times AH'$. Ces deux produits sont donc égaux et, par suite, pour qu'il y ait équilibre entre le poids AC appliqué en B et la tension T du cordon BC, il faut que

$$T = BC.$$

C'est à cette fin que tendait le raffinement de l'hypothèse. Mais il ne faudrait pas croire que ce fût bien facile à deviner. En général on ne peut suivre aucun auteur un peu ancien si l'on n'a pris la précaution de résoudre par avance les questions qu'il se propose. Au reste, on en jugera aisément, car voici à quoi se réduit toute l'argumentation de l Hospital : *Ex Staticæ regulis certum est, lineam* BC *exprimere pondus, quod requisitur ad sustinendum pontem in hoc statu.*

Quoi qu'il en soit, il faut donc que le poids du corps M, que l'on a représenté par b, décomposé suivant la normale en M à la courbe cherchée et le prolongement de CM, ait BC pour seconde composante.

Mais si l'on prolonge la normale MS jusqu'à sa rencontre en K avec l'axe AC, les deux triangles semblables CMK et MRP donneront

$$CM : CK :: MR : MP,$$

proportion qui équivaut à

$$\frac{CM}{CK} = \frac{BC}{b},$$

puisque MR doit être égale à BC et que MP a été représenté par b. Mais BC est égal à la longueur totale BCM, qui est donnée, et qu'on peut désigner par a, diminuée de CM.

La courbe cherchée CMN, rapportée aux axes Cx et Cy, aura donc pour équation

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+y\dfrac{dy}{dx}}=\frac{a-\sqrt{x^2+y^2}}{b},$$

ou

$$b\,dx\sqrt{x^2+y^2}=ax\,dx+ay\,dy-(x\,dx+y\,dx)\sqrt{x^2+y^2},$$

c'est-à-dire

$$b\,dx-x\,dx-y\,dy=a\frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

équation qui, intégrée, donne

$$bx-\frac{1}{2}(x^2+y^2)=a\sqrt{x^2+y^2}+\text{constante}.$$

L'Hospital tire de cette équation un moyen de construire la courbe par points.

Jean Bernoulli a fait voir que cette courbe pouvait être engendrée par un point lié à un cercle roulant sur un autre égal, il l'appelle pour cette raison une cycloïdale.

GREGORY (DAVID).

(Né à Aberdeen en 1661, mort à Maidenhead (Berkshire) en 1710.)

Il était neveu de James Gregory. Il fut longtemps professeur à Oxford. Il développa les *Principes* de Newton dans un ouvrage intitulé : *Astronomiæ physicæ et Geometricæ Elementa.* Il a publié en outre : *Catoptricæ et Dioptricæ sphericæ Elementa*, qui, dit Poggendorff, métite d'être cité parce qu'on y trouve une indication anticipée de la découverte importante de l'achromatisme. Gregory dit en effet « *qu'il serait peut-être utile de former l'objectif d'une lunette de différents milieux, comme cela a été réalisé pour l'œil par la nature, qui ne fait jamais rien d'inutile.* »

Cette idée fut reprise cinquante après par Euler, et réalisée dix ans encore plus tard par Dollond.

BIANCHINI (FRANÇOIS).

(Né à Vérone en 1662, mort à Rome en 1729.)

Il traça une méridienne le long de l'Italie, établit un gnomon dans l'église Sainte-Marie-des-Anges, fit d'utiles observations sur les taches de Vénus et adressa à l'Académie des Sciences de Paris, dont il était membre associé, des indications pour corriger les défauts des lunettes d'un grand foyer.

Le principal de ses ouvrages est : *Francisci Bianchini Veronensis astronomicæ ac geographicæ observationes* (Vérone, 1737).

BIGNON (J.-PAUL).

(Né à Paris en 1662, mort en 1748.)

Bibliothécaire du roi et membre de l'Académie française, ainsi que des Académies des Sciences et des Inscriptions et Belles-

Lettres; il obtint pour ces deux dernières des lettres patentes confirmant leur établissement.

AMONTONS (GUILLAUME).

(Né à Paris en 1663, mort dans la même ville en 1705.)

Ses *Remarques et Expériences physiques sur la construction d'une nouvelle clepsydre, sur les baromètres, thermomètres et hygromètres,* publiées en 1695, le firent entrer à l'Académie des Sciences en 1699. Il est surtout connu par les expériences détaillées dans son Mémoire intitulé : *De la résistance causée dans les machines par le frottement et par la raideur des cordes*, et par un projet de télégraphe aérien, qui, du reste, n'eut pas de suites.

Avant Amontons les notions sur le frottement étaient extrêmement vagues; on ne peut pas dire qu'il en ait donné une théorie complète, mais il attira du moins l'attention sur la nécessité de tenir compte de la pression entre les deux surfaces frottantes.

Les baromètres que l'on construisait de son temps s'accordaient généralement très peu, parce que, n'ayant pas encore songé à faire bouillir le mercure, on laissait s'introduire de la vapeur d'eau et même quelques bulles d'air dans la chambre barométrique. Amontons ne découvrit pas précisément la cause d'erreur, mais ses recherches aidèrent à la faire apercevoir.

Il concourut aussi à l'amélioration du thermomètre, pour la graduation duquel, au reste, on n'avait pas encore adopté de points fixes bien déterminés.

NICOLAS (PIERRE).

(Né à Toulouse en 1663, mort en 1720.)

Jésuite. Il a laissé trois ouvrages remarquables sur la spirale logarithmique et les conchoïdes : *De novis spiralibus exercitationes* (Toulouse, 1693); *De lineis logarithmicis spiralibus hyperbolices* (1696); *De conchoïdibus* (1696).

FATIO DE DUILLIER (NICOLAS).

(Né à Bâle en 1664, mort dans le comté de Worcester en 1753.)

Il se lia d'abord, par correspondance, avec Cassini, et vint ensuite passer près de lui l'hiver de 1682-1683. Il participa aux expériences que faisait alors le directeur de l'Observatoire de Paris sur la lumière zodiacale, et donna du phénomène une explication qu'a consignée son hôte.

Il vint ensuite habiter la Hollande, où il rechercha l'amitié de Huyghens et de Leibniz, qui l'accueillirent avec bienveillance et firent valoir ses écrits, notamment l'un d'eux qui se rapportait aux courbes focales de Tschirnhausen et à une méthode géométrique pour les tangentes à certaines courbes.

Il se fixa enfin en Angleterre, où il devint membre de la Société Royale de Londres.

On sait le triste rôle qu'il remplit vis-à-vis de son ancien protecteur Leibniz. Le titre complet de l'ouvrage où il essayait de diffamer l'illustre géomètre de Hanovre est : *Lineæ brevissimi descensus investigatio geometrica duplex. Cui addita est investigatio geometrica solidi rotundi, in quod minima fiat resis-*

tentia. (24 pages in-4°, Londres, 1699.) Il y avait bien longtemps, en 1699, que la première question avait été traitée et résolue par d'autres dans les *Acta Eruditorum*; quant à la seconde question, il est possible que Fatio en ait trouvé lui-même la solution, mais il est plus probable que c'est Newton qui la lui fournit en vue de lui donner un titre dont il pût se servir pour lancer son accusation; c'est d'autant plus probable, que Newton ne s'appauvrissait pas par ce cadeau, puisqu'il avait lui-même publié la solution du problème dans son *Livre des Principes.*

Fatio publia encore de 1728 à 1738, sur la Navigation et l'Astronomie, différents Mémoires qui ne l'ont pas illustré.

Il se lança, sur la fin de sa vie, dans des extravagances prestidigito-religieuses pour lesquelles il fut attaché au pilori deux jours de suite, pendant une heure, avec un écriteau infamant. Il avait annoncé qu'il ressusciterait, dans l'église Saint-Paul, un mort, qui ne se prêta point à la plaisanterie.

MARALDI (JACQUES-PHILIPPE).

(Né dans le comté de Nice en 1665, mort à Paris en 1729.)

Neveu de Dominique Cassini et membre de l'Académie des Sciences de Paris. Il prit une part active à la grande triangulation dirigée par son oncle, mais combattit la belle découverte de Rœmer. Il a laissé manuscrites des Tables des satellites de Jupiter, qui, sans doute, furent utilisées par son neveu.

PARENT (ANTOINE).

(Né à Paris en 1666, mort en 1716.)

Il fut membre de l'Académie des Sciences. Le plus important de ses ouvrages est intitulé : *Éléments de Mécanique et de Physique* (1700). On est étonné d'y trouver des remarques d'une grande justesse, auxquelles on attribue ordinairement une ancienneté bien moindre. Telles sont les observations qu'il fait à propos des roues à aubes : « Une roue mue par un courant, dit-il, produit des effets différents selon qu'elle se meut plus ou moins vite ; car elle ne pourrait se mouvoir avec la vitesse du courant qu'autant qu'elle n'éprouverait aucune résistance à vaincre ou qu'elle n'aurait aucune action à produire, et, d'un autre côté, l'effet serait encore nul si elle ne prenait aucun mouvement. Il doit donc y avoir entre les vitesses de la roue et du courant un rapport auquel correspond le maximum d'effet. » Il trouvait que ce maximum devait correspondre au cas où la vitesse de la roue serait les deux tiers de celle du courant ; on ne la fait aujourd'hui que de la moitié.

Il avait étendu les mêmes principes à la théorie des moulins à vent. Il fixait à 54 degrés l'inclinaison à donner au plan d'une aile par rapport à l'axe de l'arbre à mouvoir. On sait aujourd'hui que cette inclinaison doit varier avec la distance à l'axe et que, par conséquent, les ailes ne doivent pas être planes, mais gauches.

Parent s'était aussi occupé de la théorie des pompes.

DANGICOURT (PIERRE).

(Né à Rouen en 1666, mort en 1727.)

Il se réfugia en Prusse après la révocation de l'édit de Nantes et devint membre, puis directeur adjoint de l'Académie de Berlin. Il fut longtemps en correspondance avec Leibniz, qui en faisait un grand cas.

BERNOULLI (JEAN).

(Né à Bâle en 1667, mort en 1748.)

Il eut à vaincre, comme son frère Jacques, l'opposition paternelle, avant de pouvoir s'adonner entièrement à son goût pour les Sciences mathématiques.

Après avoir reçu les leçons de son frère, il fit en 1690 un voyage à Paris, où il enseigna au marquis de l'Hospital les principes des nouveaux calculs. Il fut nommé en 1695 professeur de Mathématiques à Groningue et, après la mort de son frère, lui succéda en 1705 dans la chaire de Mathématiques de l'université de Bâle, qu'il occupa jusqu'à l'âge de quatre-vingts ans.

Il fut associé aux académies de Paris, de Londres, de Berlin et de Saint-Pétersbourg.

Il fut le maître d'Euler, dont il encouragea les premiers efforts, et l'ami dévoué de Leibniz, qu'il défendit toujours contre les attaques injustes des géomètres anglais.

Malheureusement, il était d'un esprit jaloux, et montra la plus regrettable animosité dans des discussions, le plus souvent déplacées, avec son frère, avec la plupart de ses contemporains, même avec son fils Daniel, auquel il ne put pardonner d'avoir partagé avec lui un prix de l'Académie des Sciences de Paris.

Jacques Bernoulli avait judicieusement adopté les principes de la Philosophie newtonienne; ce fut peut-être pour Jean une raison de demeurer cartésien.

Les ouvrages de Jean Bernoulli consistent en mémoires publiés à mesure dans les recueils scientifiques de son temps. Ils ont été réunis sous le titre : *Johannis Bernoulli opera omnia* (Genève, 1742).

Nous avons rapporté à l'article consacré à Jacques Bernoulli les succès remportés par Jean à propos de toutes les questions proposées de divers côtés; ce fut lui qui proposa à son tour, en 1696, le problème de la brachystochrone, qui fut résolu par Leibniz, par Newton, par l'Hospital et par Jacques Bernoulli. Mais Newton se borna, sans se nommer, à faire insérer dans les *Transactions philosophiques* que la courbe cherchée était une cycloïde. Jean avait traité la question de deux manières, l'une directe, par la méthode ordinaire des mininums; l'autre très détournée, mais par cela même très remarquable : Jean admettait que dans un milieu de densité variable, la lumière va toujours d'un point à un autre dans le temps le plus court possible, il admettait en outre que sa vitesse varie en raison inverse de la densité du milieu; d'après cela, il imaginait un milieu dont la densité variât comme la racine carrée de la distance de la couche considérée à une couche origine; le rayon lumineux, dans ce milieu parcourrait une courbe identique à celle de plus vite descente. Jean traitait donc la question du mouvement de la lumière dans ces conditions, au lieu de la question proposée, et trouvait la cycloïde.

Son frère lui adressa personnellement, peu après, le défi de trouver parmi toutes les cycloïdes partant d'un même point celle que devrait parcourir un mobile pesant, pour aller, dans le moindre temps, rencontrer une verticale donnée. Jean trouva que cette cycloïde devait couper la verticale à angle droit; mais il ajouta à ce que demandait son frère la détermination du lieu des points de toutes les cycloïdes, issues d'un point donné, qui termineraient les arcs de ces cycloïdes parcourus en des temps égaux. Jacques proposa ensuite de trouver parmi toutes les courbes semblables, construites sur un même axe horizontal et ayant même sommet sur cet axe, celle dont la portion comprise entre ce sommet et une ligne donnée serait parcourue dans le moindre temps. Jean résolut encore la question et répliqua par cette autre : « De toutes les ellipses ayant un même axe horizontal, quelle serait celle qui serait parcourue dans le moindre intervalle de temps? » Mais la question n'embarrassa pas son frère.

Enfin, Jacques proposa à son frère le fameux problème des isopérimètres, qui comprenait plusieurs questions analogues, mais de plus en plus difficiles.

Jean donna trop hâtivement, des unes et des autres, des précis de solutions généralement fausses, et de là naquit entre les deux frères une longue contestation, dans les détails de laquelle nous n'entrerons pas, préférant faire connaître la lettre si noble que Leibniz adressa à Jacques Bernoulli en 1701, et qu'il fit publier dans les *Acta* pour essayer de mettre un terme à l'animosité des deux frères. En voici la traduction :

« M. Jacques Bernoulli, professeur à Bâle, m'a envoyé sa lettre à M. Jean Bernoulli, professeur à Groningue. Je les estime autant tous les deux que peut être estimé le plus profond génie en Mathématiques. Je dois beaucoup à l'un et à l'autre, et la République encore plus, car c'est surtout par leurs inventions que les semences éparses de ma méthode ont pu donner tant de bons fruits. Je les tiens tous deux et je veux qu'ils restent mes meilleurs amis. Quoique mes relations avec le plus jeune aient été plus fréquentes, ce qui a fait qu'il a pu m'aider davantage, il ne demande pas que je le favorise au détriment de la vérité et de la justice, et je ne le voudrais pas. Je n'ai pas accepté et n'accepterai pas seul le rôle de juge entre eux. Cependant je ne puis ni ne dois cacher plus longtemps que M. Jean Bernoulli m'a adressé les solutions des problèmes de son frère, avec leur analyse directe et inverse. Je les ai lues alors et approuvées; mais non avec l'attention qui eût été nécessaire pour juger entre deux hommes du plus grand mérite, je le dis pour que personne ne m'impute d'avoir voulu prendre le rôle de juge.

« Au reste, je souhaite par-dessus tout et je supplie que ces deux nobles frères modèrent leur émulation, si utile pourtant aux progrès des Mathématiques, afin qu'on ne puisse pas juger défavorablement des Sciences, en voyant que deux hommes d'un si profond génie et, qui plus est, deux frères, n'auraient pas pu commander à leurs passions, en une affaire sans grande importance. »

Jacques Bernoulli fit paraître sa théorie des isopérimètres dans les *Acta*, en 1701, il mourut peu de temps après; Jean fit alors paraître la sienne dans le *Journal des Savants*, telle qu'il l'avait communiquée à Leibniz. Il ne s'aperçut qu'en 1718 des erreurs qu'elle contenait; mais alors il refondit toute la théorie et publia des solutions plus simples, sous différents rapports, que celles de son frère.

A l'époque même où le problème des isopérimètres était agité entre les deux frères, Jean avait proposé à Jacques l'importante question de la ligne minimum entre deux points sur une surface donnée. Nous avons dit que celui-ci avait résolu la question sur l'exemple proposé, qui était celui d'un conoïde parabolique. Mais c'est Jean Bernoulli qui donna, en 1728, la solution générale, en énonçant la condition que devait remplir la courbe cherchée, d'avoir, en chacun de ses points son plan osculateur normal à la surface sur laquelle elle devait être tracée.

Les œuvres de Jean Bernoulli remplissent quatre forts volumes in-quarto; nous énumérerons d'abord les moins importantes et nous analyserons ensuite celles qui ont conservé un véritable intérêt.

Jean s'était d'abord occupé de médecine et il a laissé sur les questions qui s'y rattachent les mémoires suivants :

Dissertatio de effervescentia et fermentatione nova hypothesi fundata, éditée d'abord à Bâle en 1690, rééditée ensuite à Venise en 1721 et à Naples en 1734.

Dissertatio inauguralis physico-anatomica de motu musculorum, éditée pour la première fois à Bâle en 1694.

Disputatio medico-physica de nutritione, imprimée d'abord à Groningue en 1699.

Il a laissé sur la Physique les écrits suivants :

Sur le Phosphore de Mercure, ou nouvelle manière de rendre les baromètres lumineux (Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, pour 1700).

Disquisitio catoptrico-dioptrica, exhibens reflexionis et refractionis naturam, nova et genuina ratione ex æquilibrii fundamento deductam et stabilitam. (*Acta Eruditorum*, 1701, et *Journal des Savants*, 1703.)

Nous trouvons ensuite plusieurs grands mémoires sur l'Astronomie et le système du monde :

Nouvelles Pensées sur le système de M. Descartes et la *manière d'en déduire les Orbites et les Aphélies des Planètes*, qui obtinrent le prix proposé par l'Académie des Sciences de Paris, pour 1730.

Essai d'une nouvelle Physique céleste, servant à expliquer les pricipaux phénomènes du Ciel, et en particulier la cause physique de l'inclinaison des Orbites des Planètes par rapport au plan de l'Équateur du Soleil, pièce qui a partagé le prix double proposé par l'Académie des Sciences de Paris, pour 1734.

Ces succès de Jean Bernoulli s'expliquent par cette raison que l'Académie des Sciences de Paris était jusque-là restée cartésienne.

Il a écrit sur la Mécanique générale et ses applications :

Discours sur les lois de la communication du mouvement, qui a mérité les éloges de l'Académie des Sciences de Paris lors des concours de 1724 et 1726.

De vera notione virium virarum, earumque usu in dynamicis. (*Acta Eruditorum*, 1735.)

Propositiones variæ Mechanico-Dynamicæ.

De pendulis multifilibus.

Problema Statico-Dynamicum.

De Descensu corporis gravis super hypothenusa trianguli rectanguli mobilis super plano horizontali immobili.

Problema Newtonianus generaliter conceptum et solutum de motu corporum in medio resistente.

Problema balisticum.

Hydraulica nunc primum detecta ac demonstrata directe ex fundamentis pure mechanicis, publiée en 1732 avec une préface d'Euler.

Essai d'une nouvelle théorie de la manœuvre des vaisseaux, imprimé à Bâle en 1714.

Et différents articles sur le mouvement du pendule et des projectiles dans un milieu résistant, sur le problème inverse des forces centrales, etc.

Il a laissé sur le Calcul des Probabilités :

De alea, sive arte conjectandi problemata quædam, et

Lettre à M. de Montmort sur les jeux de hazard, Paris 1713.

Enfin sur les Mathématiques pures, outre les ouvrages dont nous nous proposons de donner l'analyse, nous trouvons parmi ses œuvres :

De seriebus varia.

Propositiones Geometricæ.

De analysi infinitorum varia.

De centro oscillationis, où est établi pour la première fois le principe que Huyghens avait pris pour base de sa théorie.

De centro turbinationis. Bernoulli se propose dans cet article de déterminer les conditions dans lesquelles un solide pesant assujetti à tourner autour d'un axe vertical, pourrait se mouvoir uniformément autour de cet axe, sans qu'aucune force lui fût appliquée.

Quadratura curvæ exponentialis. C'est-à-dire quadrature de la courbe

$$y = x^x.$$

Le logarithme népérien de x^x est $x\,\mathrm{L}x$, il en résulte, par une formule connue,

$$x^x = 1 + \frac{x\,\mathrm{L}x}{1} + \frac{x^2\,\mathrm{L}^2 x}{1.2} + \frac{x^3\,\mathrm{L}^3 x}{1.2.3} + \dots$$

Bernoulli transforme chacun des termes de cette série, pour le rendre intégrable, et trouve, pour exprimer $\int y\,dx$ ou $\int x^x dx$, une somme de séries; mais si l'on suppose $x = 1$ il reste

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^5} - \dots$$

Lectiones Mathematicæ de Methode integralium, aliisque, conscriptæ in usum illustrissimi Marchionis Hospitalii, cum autor Parisiis ageret, annis 1691 *et* 1692, ouvrage très important et très soigné, qui mériterait d'être traduit intégralement et où nous avons été heureux de trouver reproduits, sous une forme suffisamment concise, les équivalents de beaucoup de mémoires de l'auteur et de son frère.

Il nous reste à donner l'analyse des articles que nous avons réservés; bien entendu, nous prenons seulement les plus intéressants, et qui ne font double emploi ni entre eux ni avec ceux de Leibniz, de Jacques Bernoulli, ou du marquis de l'Hospital, car, autant que possible, nous avons réservé pour la biographie de chacun de ces illustres émules les solutions des questions qu'il avait proposées ou qu'il avait traitées le premier.

Solutio problematis funicularii (*Acta Eruditorum*, 1691). Cet article ne contient que le programme de la solution et nous ne le citons que pour en reproduire le préambule :

« Il y a environ un an que, dans une causerie avec mon frère, la conversation tomba par hasard sur la nature de la courbe qu'affecte une corde librement suspendue entre deux points fixes. Nous nous étonnions qu'une chose exposée chaque jour aux yeux de tout le monde n'eût encore attiré l'attention de personne.

« Le problème nous paraissait distingué et utile, mais nous ne voulûmes pas alors y toucher à cause de la difficulté que nous y prévoyions; et nous résolûmes de le proposer publiquement aux Erudits, pour voir si quelques-uns oseraient l'aborder; car nous savions qu'il avait déjà été agité entre les géomètres, au temps de Galilée.

« L'illustre géomètre Leibniz le trouva digne d'attirer son attention et nous apprit peu après qu'il en avait trouvé la solution, qu'il publierait au bout d'un temps déterminé, si personne n'y était alors parvenu.

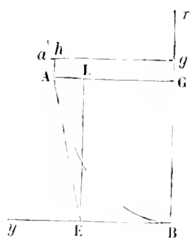
Cela me donna le courage d'aborder aussi ce problème et je réussis, avant l'époque fixée, à en obtenir la solution complète et telle que je n'aurais pas osé l'espérer auparavant.

« Mais je trouvai que notre courbe funiculaire n'était pas géométrique, mais du nombre de celles qu'on appelle mécaniques, c'est-à-dire dont la nature ne peut être exprimée par une équation algébrique, de sorte que, pour la décrire, il fallait supposer la rectification d'une autre courbe ou la quadrature d'un espace curviligne. »

Nous supprimons la fin de l'article et nous extrayons des Leçons de Calcul intégral, écrites pour le marquis de l'Hospital, les solutions analytiques des deux problèmes de la chaînette ordinaire et de la chaînette extensible. Il nous a paru utile de les reproduire parce que, comme on se le rappelle, Leibniz n'avait publié que les résultats de ses recherches, sans aucune analyse. Il est intéressant, sans doute, de savoir parmi plusieurs contemporains, quel est celui qui a conçu la nouvelle méthode nécessaire pour résoudre une question difficile; mais il est tout à fait indispensable de connaître la méthode employée alors à cet effet.

Soient B (*fig.* 10) le point le plus bas de la chaînette, A un point quelconque de la courbe, $BG = x$ et $GA = y$ les coordonnées de ce point, a la tension du fil en B et s le poids de la partie BA de ce fil : si la partie BA était séparée du reste de la corde, qu'on la supposât solidifiée et qu'elle fût soumise en B et en A à des forces égales aux tensions de la corde en ces deux points, en même

Fig. 10.



temps qu'à son propre poids, elle resterait en équilibre. La force s doit donc être la résultante de la force a dirigée suivant EB et d'une autre force (égale à la tension en A) dirigée suivant EA ; la résultante de ces deux dernières forces doit donc être dirigée suivant EL et, de plus, on doit avoir

$$\frac{s}{a} = \frac{\sin \mathrm{AEB}}{\sin \mathrm{AEL}} = \frac{\sin \mathrm{EAL}}{\sin \mathrm{AEL}} = \frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{AL}}.$$

Mais si l'on prolonge infiniment peu la chaînette de A en a, qu'on construise l'ordonnée ag du point a et qu'on abaisse Ah perpendiculaire à ag, on aura évidemment

$$\frac{\mathrm{EL}}{\mathrm{AL}} = \frac{\mathrm{A}h}{ah} = \frac{dx}{dy};$$

l'équation de la courbe est donc

$$\frac{s}{a} = \frac{dx}{dy}.$$

Jean Bernoulli la transforme ensuite en

$$dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax + x^2}}.$$

Cette solution est excellente, mais on est étonné de voir que l'idée ne soit pas venue à Jean Bernoulli d'appliquer le principe dont il se sert à un élément ds de la courbe, au lieu de la partie finie BA qu'il considère. C'eût été plus conforme à la méthode différentielle.

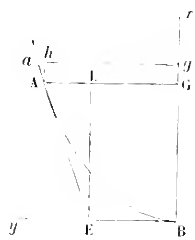
Jean Bernoulli traite ensuite les autres cas, proposés par son frère, où la densité de l'élément de la chaînette varie suivant une puissance donnée de la projection de cet élément sur une horizontale ou sur une verticale. Mais nous passons ces exercices.

De la chaînette extensible en chaque point proportionnellement à la tension qu'elle supporte. Nous avons dit que Jacques Bernoulli, qui avait proposé le problème et avait donné plus tard la règle pour construire la courbe, n'avait pas fait connaître l'analyse qui l'avait conduit à cette règle. Voici comment Jean l'établit dans ses leçons au marquis de l'Hospital.

Soient BA (*fig.* 11) la figure du fil moyen de la corde étendue, lorsque l'équilibre s'est établi, B le point le plus bas de ce fil, Bx et By la verticale du point B et la tangente à la courbe en ce point, A un point quelconque de la courbe, BG $= x$ et GA $= y$ les coordonnées de ce point; a la longueur de la courbe non étendue dont le poids équivaudrait à la tension en B, b l'allongement que prendrait la longueur a soumise à la tension en B, s la longueur BA, ds la longueur d'un élément Aa de la courbe prolongée de A en a, dx et dy les différences Ah et ha des coordonnées des deux points a et A; soit enfin AE la tangente à la courbe en A et EL parallèle à Bx :

Les tensions en A et en B doivent toujours avoir pour résul-

Fig. 11.



tante le poids de l'arc BA, elles doivent donc être entre elles dans le rapport

$$\frac{1}{\sin \mathrm{AEL}}, \quad \text{ou} \quad \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AL}}, \quad \text{ou enfin} \quad \frac{ds}{dy};$$

la tension en B étant donc représentée par a (si l'on suppose le poids de l'unité de longueur de la corde non tendue égal à 1), celle qui s'exerce en A doit l'être par

$$a\,\frac{ds}{dy}.$$

Cela posé, les tensions en A et en B, $\frac{a\,ds}{dy}$ et a, doivent être entre elles comme les extensions de longueurs égales de la corde, partant de ces deux points, et puisque b désigne l'extension qu'aurait prise la longueur a de la corde soumise à la tension qui existe en B, celle de la même longueur soumise à la tension b qui existe en A serait

$$\frac{b\,ds}{dy}.$$

Cette longueur serait donc

$$a + \frac{b\,ds}{dy} = \frac{a\,dy - b\,ds}{dy}.$$

En conséquence, le poids de l'unité de longueur en A serait

$$a : \frac{a\,dy - b\,ds}{dy} = \frac{a\,dy}{a\,dy + b\,ds},$$

et le poids de l'élément ds serait

$$\frac{a\,dy\,ds}{a\,dy + b\,ds}.$$

Mais le rapport de la tension en B au poids de la chaîne doit être égal au rapport des sinus des angles AEL et EAL, ou à $\frac{\mathrm{AL}}{\mathrm{EL}}$, c'est-à-dire à $\frac{dy}{dx}$.

Ainsi donc, en désignant par P le poids de la chaîne, on doit avoir

$$a : \mathrm{P} :: 1 : \frac{dx}{dy}$$

d'où

$$\mathrm{P} = a\frac{dx}{dy};$$

et la différentielle de ce poids, comme on l'a vu, doit être

$$\frac{a\,dy\,ds}{a\,dy + b\,ds},$$

c'est-à-dire qu'on doit avoir

$$d\left(a\frac{dx}{dy}\right)=\frac{a\,dy\,ds}{a\,dy+b\,ds},$$

ou

$$\frac{d\,\dfrac{dx}{dy}}{dy}=\frac{ds}{a\,dy+b\,ds};$$

mais

$$\frac{d\,\dfrac{dx}{dy}}{dy}=\frac{d^2x}{dy^2},$$

donc l'équation de la courbe est

$$\frac{d^2x}{dy^2}=\frac{ds}{a\,dy+b\,ds}=\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{a\,dy+b\sqrt{dx^2+dy^2}},$$

ou bien

$$a\,dy\,d^2x+b\,d^2x\sqrt{dx^2+dy^2}=dy^2\sqrt{dx^2+dy^2},$$

c'est-à-dire

$$\frac{a\,dy\,d^2x}{\sqrt{dx^2+dy^2}}+b\,d^2x=dy^2,$$

ou, en multipliant les deux membres par dx,

$$\frac{a\,dy\,dx\,d^2x}{\sqrt{dx^2+dy^2}}+b\,dx\,d^2x=dy^2\,dx,$$

et en intégrant des deux parts, par rapport à y,

$$a\,dy\sqrt{dx^2+dy^2}+\frac{1}{2}b\,dx^2=x\,dy^2,$$

ou

$$2a\,dy\sqrt{dx^2+dy^2}=2x\,dy^2-b\,dx^2.$$

et, en élevant au carré,

$$4(a^2 - x^2)dy^4 + 4(a^2 + bx)dx^2dy^2 - b^2dx^4 = 0,$$

d'où

$$dy^2 = \frac{a^2 + bx \pm a\sqrt{a^2 + b^2 + 2bx}}{2(x^2 - a^2)}dx^2$$

et

$$dy = dx\sqrt{\frac{a^2 + bx \pm a\sqrt{a^2 + b^2 + 2bx}}{2(x^2 - a^2)}}.$$

L'ordonnée de la courbe sera donc bien fournie, comme l'avait annoncé Jacques Bernoulli, par la quadrature de la courbe

$$z = \sqrt{\frac{a^2 + bx + a\sqrt{a^2 + b^2 + 2bx}}{2(x^2 - a^2)}},$$

car la seconde valeur de dy doit être rejetée.

C'est très bien et si l'on songe que cette analyse est de 1691, on admirera les progrès qu'avait faits le Calcul infinitésimal durant les sept années qui s'étaient écoulées depuis la publication de la *Nova Methodus*.

Toutefois la solution que nous venons de rapporter, comporte la même remarque que celle du problème de la chaînette ordinaire. De plus, on observera que l'Algèbre élémentaire avait fait moins de progrès que le calcul infinitésimal, car Jean Bernoulli n'ose pas encore faire intervenir l'unité abstraite dans son calcul, ce qui l'empêche d'y introduire le poids spécifique de la corde, l'oblige à considérer le rétrécissement de la section transversale et entraîne des longueurs que j'ai cru pouvoir supprimer; la démonstration du reste est très difficile à suivre, tant à cause des défauts du langage que de l'obscurité des notations, ou, plutôt, de la manière de formuler les équations, en typographie.

De curvis causticis, earumque proprietatibus, ou *Des caustiques et de leurs propriétés.*

C'est encore dans les Leçons de Calcul intégral que nous prenons la solution de cette question :

« Si les rayons solaires tombent dans la partie concave d'une courbe, ils formeront par leur réflexion une autre courbe à laquelle Tschirnhausen, qui en est l'inventeur, a donné le nom de caustique. Les anciens, jusqu'à nos jours, n'avaient en effet considéré qu'un seul point, dans l'axe de la courbe, où tous les rayons réfléchis, ou au moins quelques-uns, venaient se réunir et qu'ils appelaient foyer, parce que les rayons y produisaient la plus grande chaleur.

« Mais Tschirnhausen remarqua, il y a quelques années, que les courbes qui ne réunissent pas parfaitement tous les rayons en un même foyer, ont une infinité de points qui peuvent aussi prendre le nom de foyers et où se réunissent plusieurs rayons. Et ces points, par leur réunion, forment la caustique dont il donna dans les *Acta*, en 1682, la rectification et les belles propriétés, mais sans calcul, et sans indication de la méthode par laquelle il y était parvenu.

« Nous exposerons donc tout ce qui mérite d'être rapporté de ces courbes, mais nous montrerons combien s'est trompé l'auteur, en attribuant au cercle une caustique qui diffère entièrement (*toto cœlo*) de la véritable, et qui même n'a rien de commun avec elle, si ce n'est l'aire. »

Mais nous n'avons pas l'intention de suivre Jean Bernoulli dans tous les détails où il entre, et nous nous bornerons à énoncer les principaux résultats auxquels il parvient.

La courbe sur laquelle tombent les rayons parallèles à une direction donnée, ou émanant d'un point donné, étant connue, la caustique, qui est l'enveloppe des droites suivant lesquelles ces rayons sont réfléchis, peut être déterminée par la méthode donnée par Leibniz. Mais Jean Bernoulli considère d'abord le cas où les rayons incidents sont parallèles, et il détermine la caustique, non pas par son équation, mais par la relation qui lie aux coordonnées du point d'incidence la longueur de la portion de la tangente à la caustique comprise entre les deux courbes.

Son analyse lui fournit un moyen remarquable d'obtenir la rectification de la caustique : la caustique et la courbe proposée se touchent en effet, évidemment, au point de contact avec la proposée, du rayon qui lui est tangent ; or si, de ce point de contact, on mène une perpendiculaire à la direction des rayons incidents, et qu'on rabatte sur une tangente quelconque à la caustique, à partir du point où cette tangente coupe la courbe proposée, la portion du rayon incident, réfléchi suivant cette tangente, qui se trouve comprise entre la courbe proposée et la perpendiculaire dont il vient d'être parlé, l'extrémité de cette portion rabattue appartiendra à la développée de la caustique issue du point de contact des deux courbes, de sorte que la portion de la caustique comprise entre le point de contact et le point choisi sur elle sera connue.

Bernoulli démontre ensuite que la caustique du cercle relative à des rayons parallèles est une épicycloïde qu'il détermine.

Il cherche alors la caustique d'une parabole relative à des rayons perpendiculaires à son axe; il la rectifie et la quarre.

Il passe de là à la caustique d'une cycloïde, relative à des rayons parallèles à la base de cette cycloïde, et la rectifie.

Il traite encore d'une manière générale le cas où les rayons partent d'un point fixe; il donne une nouvelle règle pour la rectification de la caustique dans ce cas, et passe à des exemples analogues aux précédents.

Il termine par ces théorèmes inconnus avant lui que la caustique d'une cycloïde relative à des rayons parallèles à son axe de symétrie est une autre cycloïde, et que la caustique d'une spirale logarithmique, relative à des rayons émanés du point asymptote, est aussi une spirale logarithmique ayant le même point asymptote.

Il avait déjà reconnu antérieurement que la spirale logarithmique a, avec la cycloïde, cette analogie remarquable qu'elles se reproduisent l'une et l'autre dans leurs développées, et il admire la nouvelle coïncidence qu'il vient de signaler.

De la Brachystochrone.

On se rappelle que c'est Jean Bernoulli qui imagina le problème de la courbe de plus rapide descente d'un point à un autre, et qui le résolut le premier.

« Nous admirons Huyghens, dit-il, pour avoir découvert que les descentes d'un corps pesant, le long d'une cycloïde, se font toutes dans le même temps, quel que soit le point d'où l'on abandonne ce corps à lui-même, mais je ne sais si l'on ne sera pas stupéfait lorsque je dirai que cette même cycloïde, ou la *tauto-*

chrone de Huyghens, est aussi ma *brachystochrone*. Je suis arrivé à ce résultat par deux voies, l'une indirecte, l'autre directe. En poursuivant la première, j'ai découvert un admirable accord entre la courbe décrite par un rayon lumineux dans un milieu de densité variable et ma brachystochrone...

« Fermat a établi qu'un rayon lumineux, passant d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense, se réfracte de façon à suivre le chemin le plus court, eu égard aux vitesses qu'il peut prendre, et que le sinus de l'angle d'incidence est au sinus de l'angle de réfraction dans la raison inverse de celle des densités des deux milieux...

« Si nous considérons maintenant un milieu composé de lamelles parallèles diaphanes et dont la densité varie suivant une certaine loi, il est clair que le rayon y décrira une certaine courbe, comme l'avait remarqué Huyghens, sans pouvoir déterminer cette courbe.

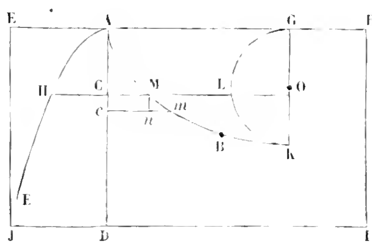
« La nature de cette courbe doit être telle que le globule (lumineux) qui la parcourt, avec une vitesse continuellement variable, selon le degré de rareté du milieu, parvienne dans le moindre temps possible d'un point à un autre.

« Il est évident aussi que, puisque les sinus des angles de réfraction, en tous les points, sont respectivement comme les raretés du milieu, ou les vitesses du globule, sa trajectoire doit avoir cette propriété que les sinus des angles de ses tangentes avec la normale commune aux plans de séparation des tranches du milieu, soient partout dans la même raison que les vitesses.

« Cela étant, il n'est pas difficile de voir que la brachystochrone est précisément la courbe que décrirait un rayon traversant un milieu dont la rareté varierait selon la loi des vitesses qu'un corps pesant acquerrait en tombant verticalement, soit que les incréments des vitesses du rayon dépendent effectivement de la nature du milieu, plus ou moins résistant, soit que, pour toute autre cause indépendante du milieu, l'accélération varie cependant suivant la même loi que pour les graves. »

Jean Bernoulli paraîtrait employer ici le mot *acceleratio* dans le sens de vitesse, puisque l'accélération des graves est

Fig. 12.



constante, mais, en réalité, sa pensée est fixée sur un corps pesant parcourant une cycloïde. Voici, au reste, le texte lui-même : *Sive abstrahatur a medio, et ab alia causa acceleratio eadem tamen lege generari intelligatur, ut in gravi.*

Les deux Bernoulli écrivaient beaucoup mieux que Leibniz, mais bien moins bien, surtout Jean, que Huyghens ou Newton, et il est souvent très difficile de les traduire.

« Comme dans les deux cas la courbe est supposée devoir être parcourue dans le temps le plus court, qui empêche de substituer l'un à l'autre?

« Notre problème peut donc être résolu d'une manière générale, quelle que soit la loi de variation à laquelle on veuille assujettir l'accélération. En effet, il se réduit à trouver la courbure d'un rayon dans un milieu dont la rareté varie suivant une loi quelconque.

« Soient (*fig.* 12) EFIJ le milieu, AHE la courbe dont l'ordonnée HC sert de mesure à la rareté du milieu, à la profondeur AC, ou à la vitesse du rayon, ou du globule, en un point de HC; A le point d'incidence, et AMB la trajectoire du rayon; soient d'ailleurs

$$\begin{aligned} AC &= x, \\ CM &= y, \\ CH &= t, \\ Cc &= dx, \\ nm &= dy, \\ Mm &= ds, \end{aligned}$$

enfin a une constante comparable à t:

$\frac{nm}{Mm}$, ou $\frac{dy}{ds}$, mesurera le sinus de l'angle d'incidence du rayon en M, et par hypothèse ce sinus sera proportionnel à CH, ou bien sera égal à $\frac{t}{a}$. On aura donc

$$\frac{dy}{ds} = \frac{t}{a},$$

équation d'où l'on tire, en élevant au carré et remplaçant ds^2 par $dx^2 + dy^2$,

$$dy = \frac{t\,dx}{\sqrt{a^2 - t^2}}.$$

« Cette équation différentielle déterminera la courbe AMB, si l'on se donne la valeur de t en fonction de x.

« Cela posé, considérons en particulier le cas où la vitesse devrait croître, comme dans la chute verticale des corps pesants, en raison sous-doublée des hauteurs parcourues. Dans cette hypothèse, la courbe AHE sera une parabole

$$t^2 = ax,$$

et la trajectoire du rayon lumineux aura elle-même pour équation

$$dy = dx\sqrt{\frac{x}{a-x}}.$$

Or, cette équation est celle de la cycloïde AMBK, qu'engendrerait le point K du cercle GLK ayant pour diamètre a.

« La brachystochrone est donc une cycloïde ordinaire. Mais, pour satisfaire complètement aux conditions du problème, il resterait à déterminer la cycloïde qui aurait son sommet au point donné A et qui passerait au second point donné B. »

Jean Bernoulli résout la question par le même procédé que son frère.

« Avant de finir, je ne puis m'empêcher d'exprimer de nouveau l'admiration que j'éprouve en retournant dans mon esprit (*animo revolvens*) cette identité inattendue de la *tautochrone d'Huyghens* avec ma *brachystochrone*. Mais ce qui me frappe le plus (*quod notabile præterea existimo*), c'est que cette identité ne se rencontre que dans l'hypothèse de Galilée; de sorte qu'il est permis de conjecturer que la nature l'ait voulu. Car, de même qu'elle a coutume d'opérer de la manière la plus simple, de même, ici, elle pourvoit au même office par une même courbe, tandis que dans toute autre hypothèse il lui faudrait deux lignes, une pour les oscillations d'égale durée, et l'autre pour la plus rapide descente.

Si, par exemple, la vitesse d'un corps pesant variait, non plus en raison sous-doublée, mais en raison sous-triplée de la hauteur, la brachystochrone serait algébrique, et la tautochrone transcendante; mais si la vitesse d'un corps pesant était proportionnelle à la hauteur de chute, les deux courbes seraient algébriques, la seconde circulaire, et la première rectiligne. »

Ces pensées d'un autre âge, qui nous reportent à celles qui nous berçaient plus jeunes, offrent pour moi tant de charmes, que je ne voudrais pas, pour les réfuter, usurper la place que je pourrai encore consacrer à les reproduire.

Jean Bernoulli termine par la solution du problème suivant, dont l'énoncé, dit-il, lui est venu à l'esprit en écrivant ce qui précède : *On demande la courbe, qu'on pourrait appeler synchrone, aux points de laquelle parviendraient en même temps une infinité de corps pesants partant d'un même point et décrivant toutes les cycloïdes imaginables qui auraient leur sommet commun en ce point et leurs bases sur la même horizontale.* « Cette courbe, dit-il, coupera toutes les cycloïdes à angle droit, » et il le démontre. Il ajoute : « Il eût été bien difficile de résoudre le problème de trouver une courbe coupant à angles droits toutes les cycloïdes en question, tandis que la solution s'est présentée d'elle-même; mais si quelqu'un veut exercer sa méthode sur d'autres exemples, qu'il cherche la courbe qui coupe à angles droits toutes les courbes *ordonnées* d'une espèce quelconque (non pas algébriques, ce serait trop facile, mais transcendantes), par exemple des logarithmiques ayant même axe et partant d'un même point. »

C'est l'énoncé du problème fameux des trajectoires orthogonales, dont nous aurons bientôt à nous occuper.

Jean Bernoulli n'a publié qu'en 1718 sa seconde solution du problème de la brachystochrone; elle se trouve dans son mémoire en français sur le problème des isopérimètres. Il n'a pas tort de la trouver très remarquable, quoiqu'elle soit peut-être telle qu'on ne l'accepterait plus aujourd'hui.

« Soient A et B (*fig.* 13) les deux point donnés, AMB la courbe

Fig. 13.

cherchée, MK son rayon de courbure en M, Mm un arc de la courbe assez petit pour qu'on puisse le considérer comme appartenant à la circonférence décrite de K comme centre avec KM pour rayon, enfin ACB une courbe infiniment voisine de AMB, et Cc l'arc de cercle décrit du même centre K entre les côtés de l'angle Mkm : Je vais, dit Bernoulli, chercher la condition pour qu'un mobile tombé de A parcoure l'arc Mm en moins de temps que l'arc Cc, ou pour que le temps qu'il emploiera à parcourir l'arc Mm soit minimum.

« Soit I le point de rencontre de MK avec l'horizontale du point A; représentons MI par x, IK par a, l'ordonnée MD par mx, et l'arc Mm par n MK ou $n\,(x+a)$:

« Les nombres m et n ne varieront pas si l'on substitue la courbe ACB à la courbe AMB ; on doit donc les considérer comme des constantes.

« Cela posé, la vitesse du mobile en M serait proportionnelle à $\sqrt{MD}$ ou à $\sqrt{mx}$; on voit combien a de peine à s'introduire la formule $v = \sqrt{2gh}$. Par conséquent, le temps employé par le mobile à parcourir l'arc Mm pourra être représenté par

$$\frac{n(x+a)}{\sqrt{mx}};$$

et comme il doit être minimum (un plus petit)[1], sa différentielle doit être nulle, ce qui donne la condition

$$n\sqrt{mx} - n(x+a)\frac{m}{2\sqrt{mx}} = 0$$

d'où l'on tire

$$x = a.$$

Ainsi la courbe est telle que son rayon de courbure est divisé en deux parties égales par l'horizontale du point A, c'est donc une cycloïde qui a sa base sur cette horizontale. »

Problema de trajectoriis orthogonalibus, ou *Problème des trajectoires orthogonales.*

Ce problème fut agité durant quelques années entre Leibniz, Jean Bernoulli, Hermann, Newton et Taylor. Nous en trouvons l'histoire dans un écrit de Nicolas, fils de Jean Bernoulli, qui parut en 1718, dans les *Acta Eruditorum*, sous le titre : *De trajectoriis curvas ordinatim positione datas ad angulos rectos, vel alia data lege secantibus.*

« Une série de lignes courbes décrites suivant une certaine loi naît, dit Nicolas Bernoulli, de la variation d'un paramètre, à chacune des valeurs duquel correspond une ligne de la série. Deux choses dignes de remarque ont déjà été trouvées sur les courbes formant de telles séries et que l'illustre Leibniz appelait *ordinatim positione datas.* La première concerne la recherche de leur enveloppe, et la seconde celle de lignes qui les coupent sous un angle donné ou sous un angle variable suivant une loi donnée, lignes auxquelles mon père a donné le nom de Trajectoires.

« Les questions du premier genre ne dépendent que du Calcul différentiel, et lorsque la courbe mobile est algébrique, celle qui les touche toutes ne peut être non plus qu'algébrique.

« Il en est tout autrement des problèmes du second genre, en ce qu'il arrive souvent que, les courbes qui doivent être coupées étant algébriques, celle qui les coupe sous un angle donné est transcendante. Au reste, les lignes coupées et celles qui les coupent sous un angle donné forment deux séries réciproques ; en sorte que, inversement, les lignes à couper étant transcendantes, il peut se faire que celles qui les coupent soient algébriques.

« La grande difficulté, dans les questions de ce second genre, consiste dans l'intégration de l'équation qui exprime la condition du problème.

« La première occasion qu'eut mon père de s'occuper de cette recherche se présenta à lui autrefois à la lecture du Traité où Huyghens explique la propagation de la lumière par l'expansion des ondes qui se courbent de manière à couper toujours orthogonalement les rayons curvilignes de la lumière, pénétrant un milieu continuellement variable de densité. Bientôt après, mon père se proposa de déduire la figure de l'onde de la marche des rayons et réciproquement. De là naquit chez lui la notion des courbes synchrones, qui séparent, sur toutes les brachystochrones de même axe et commençant au même point, les arcs qui seraient parcourus dans le même temps ; ces courbes synchrones coupent en effet à angle droit toutes les cycloïdes en question.

« Mon père avait entretenu Leibniz de ce problème. Celui-ci s'y plaisait, à cause des usages qu'il peut avoir en dioptrique, mais il s'en occupa encore davantage lorsque mon père l'avertit que la méthode de solution sur laquelle ils étaient tombés l'un et l'autre et qui ne diffère pas de celles qui ont été publiées l'année dernière, ne réussirait que sur des courbes algébriques et un petit nombre de transcendantes. La candeur de Leibniz était telle, en effet, que, non seulement il reconnut l'imperfection de sa méthode, mais qu'il s'efforça d'en trouver d'autres qui pussent s'appliquer plus avantageusement.

« Je n'ai pas l'intention de contester que le problème ait été proposé par mon père, mais je nie qu'il l'ait fait pour provoquer qui que ce soit, surtout les mathématiciens anglais, dont il vante en toute occasion la profonde sagacité, particulièrement celle de Newton, et avec qui il désire par-dessus tout vivre en paix, pourvu qu'ils le veuillent. Car il approuve absolument Newton, disant que celui-là peut être accusé d'imprudence qui, en soulevant des querelles, perd son repos, chose essentielle par-dessus toute autre.

« Au reste, pour qu'on voie bien combien mon père était éloigné de chercher querelle aux autres, je vais dire comment la chose s'est faite : Vers la fin de 1715, mon père eut connaissance, par une lettre de Leibniz, du problème que celui-ci avait transmis à l'abbé de Conti, pour *tâter le pouls des Analystes anglais* (ce sont les termes employés par Leibniz). Ce problème consistait à *trouver une ligne qui coupât à angle droit toutes les courbes d'un même genre formant une suite; par exemple, toutes les hyperboles de même sommet et de même centre; et cela par une méthode générale*. Mon père répondit qu'autant le problème, entendu d'une manière générale, était difficile, autant l'exemple choisi était simple; et que la question pourrait à peine amuser les forces d'un esprit médiocre. Mais, pour que Leibniz n'en doutât pas, il lui envoyait la solution de cet exemple, que je venais de trouver, quoique encore bien jeune, et qu'on peut voir dans les *Acta* de 1716. Il fallait s'attendre, ajoutait mon père, à ce que les Anglais résolussent aussitôt cette question particulière. Leibniz répondit, le 31 janvier 1716, qu'il avait proposé sa suite d'hyperboles pour qu'on vît en quoi consistait le problème, mais qu'il avait expressément demandé une solution générale; au reste, il priait mon père de lui envoyer un nouvel exemple, mais il désirait que la construction de la courbe cherchée pût se ramener aux quadratures, afin que les Anglais ne pussent pas dire que la solution était insuffisante.

« Mon père ne put se refuser à satisfaire le désir d'un si grand homme et il envoya la question suivante : *Trouver et construire les lignes qui couperaient à angle droit toutes les courbes dont les rayons de courbure seraient partagés par l'axe en raison donnée;* il adressa en même temps à Leibniz la solution de ce problème. »

On voit, par ce que je viens de rapporter, que les géomètres de l'époque se préoccupaient surtout d'arriver à des solutions telles qu'on pût les utiliser dans la pratique, ce qui serait bien une condition indispensable à remplir si les questions étaient nées d'un besoin réel, mais ce qui n'a plus d'importance lorsque au contraire ces questions ont été imaginées à plaisir.

Nous sommes aujourd'hui plus philosophes, en ce sens que nous n'éprouvons aucun chagrin à voir que l'emploi d'une méthode générale soit souvent entouré de difficultés analytiques inextricables. On n'avait pas encore, au XVIII^e siècle, une expérience suffisante des insuccès, ou plutôt on ne s'était pas encore rendu compte qu'on n'a en réalité fait que le premier pas dans la solution d'un problème lorsqu'on en a posé l'équation différentielle.

Quoi qu'il en soit, il est résulté de cette disposition d'esprit qu'on a écrit des volumes sur les trajectoires orthogonales : ce n'a pas été en pure perte, puisque les procédés d'intégration se sont par là perfectionnés ; mais nous devons nous borner à ce qui concerne la méthode et aux exemples qui ont une importance historique.

Nous commencerons par la réponse au défi qui lui avait été indirectement porté, que Newton fit insérer en 1716 dans les *Transactions philosophiques*, sous le titre : *Problematis olim in Actis Eruditorum Lipsiæ propositi solutio generalis,* c'est-à-dire : Solution générale d'un problème proposé autrefois dans les *Acta Eruditorum* de Leipzig.

« Jean Bernoulli écrivait dans le numéro d'octobre 1698 des *Acta Eruditorum :* « J'ai enfin découvert selon mes souhaits la
» méthode générale que je désirais pour couper des courbes don-
» nées de position par ordre (*ordinatim positione datas*), algé-
» briques ou transcendantes, à angle droit ou oblique, invariable,
» ou variable suivant une loi donnée. J'ai communiqué cette

» méthode à Leibniz qui l'approuve..... et je prie mon frère de vou-
» loir bien aussi exercer ses forces sur une question de cette impor-
» tance..... Je suis assuré qu'il abandonnera la méthode qu'il
» emploie en ce moment et qui ne peut s'appliquer qu'à un très
» petit nombre d'exemples. »

« Ces trois hommes célèbres s'exerçaient depuis quatre ou cinq ans à résoudre les problèmes de ce genre. Il eût été difficile, sans la faculté de divination, de tomber justement sur la solution de Bernoulli. Il suffit que la solution suivante soit générale et conduise toujours à l'équation (de la courbe cherchée).

« *Problème.* On demande une méthode générale pour trouver
» une série de courbes coupant celles qui forment une autre
» série donnée, sous un angle donné, ou variable suivant une loi
» donnée. »

« *Solution.* La nature des courbes qui doivent être coupées fait connaître les tangentes à ces courbes aux points où elles sont coupées et les angles d'intersection font connaître les normales aux trajectoires; deux normales infiniment voisines à la trajectoire fournissent par leur rencontre le centre de courbure de cette trajectoire; si l'on fait la fluxion de l'abscisse égale à l'unité, la fluxion première de l'ordonnée de la courbe cherchée sera donnée par la direction de la normale à cette courbe, et la seconde fluxion le sera par le rayon de courbure. Et ainsi le problème pourra toujours être mis en équation.

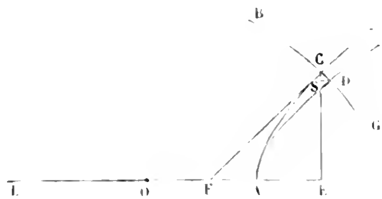
« *Scholie.* La réduction des équations et la séparation des variables n'entre pas dans la question et dépend d'une autre méthode.

« Comme ce problème n'est d'aucun usage, il resta abandonné et sans solution durant plusieurs années. Par la même raison, je n'en poursuivrai pas plus loin la solution. »

Voici maintenant, d'après Nicolas Bernoulli, la solution du problème que Leibniz avait proposé d'abord :

« Soient LA (*fig.* 14) l'axe commun des hyperboles considérées, BCDG l'une de leurs trajectoires orthogonales, CD un arc infiniment petit de cette trajectoire, AC et AD les deux hyper-

Fig. 14



boles qui sont coupées en C et en D, CF la tangente en C à l'hyperbole AO, enfin OE et CE les coordonnées x et y du point C, considéré comme appartenant à la trajectoire : les différentielles dx et dy de ces mêmes coordonnées seront SD et — CS. Or, les deux triangles semblables ECF et SDC donnent

$$\text{EF} = -y\,\frac{dy}{dx};$$

il en résulte

$$\text{OF} = \text{OE} - \text{EF} = x + y\,\frac{dy}{dx} = \frac{x\,dx + y\,dy}{dx},$$

et

$$\text{OF}.\text{OE} = a^2 = \frac{x^2\,dx + xy\,dy}{dx};$$

l'équation différentielle de la trajectoire BCDG est donc

$$a^2\,\frac{dx}{x} = x\,dx + y\,dy,$$

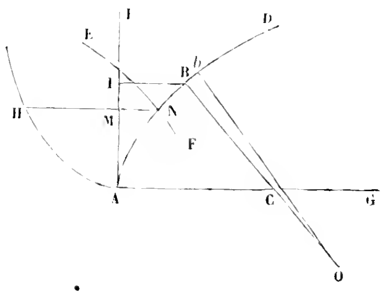
dont l'intégrale est

$$x^2 + y^2 = 2a^2 \mathrm{L} \frac{x}{c};$$

c désignant une constante arbitraire. »

Enfin voici, d'après Jean Bernoulli, la solution du second problème proposé aux Anglais par Leibniz, et que Taylor

Fig. 15.



résolut en leur nom; Montmort et Nicolas Bernoulli, fils de Jacques et professeur de Mathématiques à Padoue, en donnèrent aussi chacun une solution.

L'énoncé officiel de la question était :

1° Sur une droite AG, prise pour axe (*fig.* 15), construire une infinité de courbes partant du point A, telles que ABD, dont le rayon de courbure BO en chaque point B de chacune d'elles soit divisé par l'axe AG, en C, dans un rapport donné, c'est-à-dire de façon que

$$\frac{\mathrm{BO}}{\mathrm{BC}} = \frac{1}{n}.$$

2° Construire leurs trajectoires orthogonales telles que ENF.

Solution :

1° Si l'on prend AG et sa perpendiculaire AL pour axes des y et des x, l'équation de l'une des courbes ABD sera

$$y = \int \frac{x^n\,dx}{\sqrt{a^{2n} - x^{2n}}},$$

a désignant un paramètre arbitraire.

2° Que l'on construise la nouvelle courbe AH, représentée par l'équation

$$y = \frac{a^n b^{n+1}}{x^n \sqrt{a^{2n} - x^{2n}}},$$

où a désigne le même paramètre que précédemment et b une constante absolue, introduite pour l'homogénéité : si l'on fait l'aire AHM égale à une quantité arbitraire c^2, l'ordonnée HM (dont la position dépendra de a, puisque le paramètre a entre dans l'équation de AH) ira couper celle des courbes ABD qui correspond à la même valeur du paramètre a, en un point de l'une des trajectoires cherchées, et les autres points de la même trajectoire s'obtiendraient de la même manière en donnant à a toutes les autres valeurs, sans changer c.

« Si l'on voulait une autre trajectoire, on donnerait à c une autre valeur fixe et on recommencerait.

Scholie. Si n est de l'une des formes

$$\frac{1}{2p+1},$$

ou

$$-\frac{1}{2p},$$

p désignant un nombre entier, les courbes ABD aussi bien que les courbes ENF seront algébriques. Si

$$n = \frac{1}{2p},$$

les deux constructions dépendront de la quadrature du cercle, et si

$$n = -\frac{1}{2p+1},$$

elles dépendront de celle de l'hyperbole. »

Mais Nicolas ne rapporte aucune démonstration à l'appui de cette règle, que l'on vérifiera, au reste, aisément, si on le veut.

Meditationes de chordis vibrantibus. (*Commentaires de l'Académie de Saint-Pétersbourg.*)

Ce mémoire aurait une grande importance, en raison de la nature de la question qui y est traitée, si Jean Bernoulli n'avait pas été devancé par Taylor sur ce sujet. Comme il arrive aux mêmes résultats que le géomètre anglais, nous croyons devoir réserver à l'inventeur l'explication de la découverte.

Nous nous bornerons à remarquer que c'est dans ces *Méditations* que l'accélération des graves reçoit, pour la première fois, une désignation algébrique, g, et qu'apparaît enfin la formule

$$v^2 = 2gh.$$

Remarques sur ce qu'on a donné jusqu'ici de solutions des problèmes sur les isopérimètres. (*Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1718.)

C'est dans ce mémoire que se trouvent les solutions corrigées de Jean Bernoulli. Elles sont plus simples de beaucoup que celles de Jacques. Le mémoire débute par quelques mots intéressants d'histoire et de critique que nous reproduisons en abrégé.

« Les curieux du progrès de la sublime Géométrie peuvent se ressouvenir qu'il y a environ vingt ans qu'ayant proposé le problème de la brachystochrone, mon frère me proposa la question des isopérimètres, laquelle fut débattue longtemps entre nous.

Je résolus cette question des isopérimètres en deux manières différentes; et, pour raisons que j'avais alors, j'en tins la solution secrète, sans la faire voir à d'autres qu'à l'illustre M. Leibniz.

Au commencement de 1701, j'envoyai cette double solution à l'Académie Royale des Sciences, laquelle ne la publia que dans les Mémoires de 1706. La raison de ce retardement est rapportée par le célèbre M. de Fontenelle, dans l'*Histoire de l'Académie* de cette année-là.

« Ne songeant plus à cette question, j'ai été averti depuis peu par un ami que, de ce que mes solutions n'ont paru que depuis la mort de mon frère, quelqu'un me soupçonnait d'y avoir appréhendé quelque erreur, qui m'avait empêché de les publier de son vivant. Mais je ne pense pas qu'on me croye assez fou pour avoir osé exposer en public un écrit de moi, dans lequel j'aurais reconnu, ou même soupçonné quelque erreur; n'y ayant aucune apparence qu'un homme se montre avec un défaut qu'il se connaît et qu'il pourrait cacher.

« Cependant, pour ne pas négliger les avis de mon ami, j'ai revu tout de nouveau mes solutions depuis longtemps oubliées; et, en les examinant encore, avec toute l'attention possible, j'ai enfin reconnu que je m'y étais effectivement mépris en quelque chose, que je n'avais pas observé auparavant; ce que l'amour de la vérité me fait avouer ingénuement, et avec d'autant moins de honte que je suis persuadé qu'un tel aveu sied bien à un honnête homme; et que le public m'en saura gré en conséquence des nouvelles découvertes qu'il me donne occasion de lui communiquer, lesquelles sans cela seraient peut-être demeurées pour toujours ensevelies dans mes papiers, quoiqu'elles ne contribuent pas peu à l'avancement de la fine Géométrie.

« Il est à remarquer que la solution du premier problème est précisément la même que celle que mon frère avait reconnue pour légitime; son approbation, jointe à la trop grande confiance que j'avais en l'universalité de ma méthode, me fit oublier à faire attention à une certaine circonstance qui empêche qu'elle ne puisse, sans quelque modification, s'appliquer au second problème, dans lequel il s'agit de trouver, entre les courbes isopérimètres, quelle est celle de qui les fonctions des arcs donnent un plus grand ou un plus petit.

« Pour réparer cette faute d'inadvertance, je vais donner ici une nouvelle manière de résoudre, avec une facilité singulière, non seulement tous les problèmes que mon frère a proposés sur les isopérimètres, mais encore une infinité d'autres approchant. Pour cela, je vais considérer, comme lui, un arc infiniment petit de la courbe cherchée, comme composé de trois petites lignes droites élémentaires, etc.

« Le lecteur ne rencontrera rien ici de l'embarras qui se trouve dans la pénible analyse de mon frère, compliqué de troisièmes différences et d'autres difficultés qui ne se trouveront point par ma méthode.

« Par toutes ces raisons et d'autres qu'il n'est pas nécessaire de rapporter ici, je ne crois pas qu'on m'impute de faire chose faite, si, dans une matière aussi difficile que celle-ci, je montre une voie courte, claire et facile, suivant laquelle un géomètre d'habileté médiocre puisse arriver jusqu'à voir de ses propres yeux ces vérités abstraites, sans s'engager dans la longueur du calcul de mon frère. »

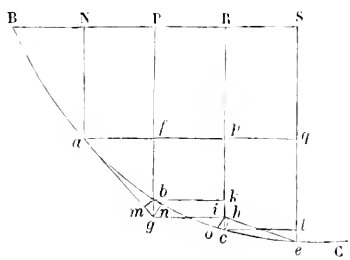
Cette explication fait le plus grand honneur à Jean Bernoulli, mais, toute franche qu'elle est, elle n'est pas très lumineuse, en ce que l'auteur n'explique aucunement en quoi ni comment il s'était trompé. J'avoue que je ne crois pas qu'il l'ait jamais su. Voici les faits : dans chacune des solutions des problèmes qu'il traite, Jacques Bernoulli considère l'un des éléments infiniment petits de la courbe cherchée comme composé de trois parties; Jean Bernoulli, dans la solution qu'il donna d'abord du premier de ces problèmes, ne décomposait ce même élément de la courbe cherchée qu'en deux parties et les solutions s'accordaient, d'où il résulte que Jacques, relativement à ce premier problème, avait poussé trop loin son analyse.

Mais Jean ayant réussi à résoudre le premier problème, se servit des mêmes moyens pour traiter les autres, c'est-à-dire qu'il ne considéra encore sur la courbe cherchée que trois points infiniment voisins, dont le moyen, pour satisfaire à la condition d'isopérimétrie, serait assujetti à parcourir une ellipse infiniment petite ayant pour foyers les deux points extrêmes. Il arriva alors à des résultats différents de ceux qu'avait obtenus son frère, et il était évident que l'analyse de celui-ci étant plus complète, c'était lui qui devait avoir raison; aussi Jean se rendit-il. Il recommença donc son calcul sur une base de quatre points, et, tout en s'y prenant d'une autre manière que son frère, il parvint aux mêmes résultats que lui.

Quelles sont les raisons de ces concordances et de ces discordances partielles? voilà ce que ne dit pas Jean Bernoulli, et, peut-être ce qu'il n'a pas su.

Nous tâcherons de l'expliquer. En attendant, nous allons faire

Fig. 16.



connaître le perfectionnement assez mince en apparence, mais très important en réalité, que Jean apporta dans la manière d'exprimer la condition d'isopérimétrie.

Soient, (*fig.* 16) *abce* un élément de la courbe cherchée, décomposé en trois parties rectilignes *ab*, *bc*, *ce*, par des ordonnées équidistantes entre elles N*a*, P*b*, R*c* et S*e*; *agie* une autre ligne brisée, de même longueur que *abce*; *bk* et *cl* des parallèles à l'axe BS; *bm* et *ch* des perpendiculaires à *ag* et à *ie*, enfin *gn* et *io* des perpendiculaires à *bc* : les triangles semblables deux à deux

gmb et *bfa*, *bng* et *ckb*, *coi* et *ckb*, enfin *ihc* et *elc* donneront

$$gm = \frac{fb.bg}{ab}, \quad bn = \frac{kc.bg}{bc}, \quad co = \frac{kc.ci}{bc} \quad \text{et} \quad ih = \frac{lc.ci}{ce};$$

et, comme l'hypothèse

$$ab + bc + ce = ag + gi + ie,$$

ou

$$ag - ab + gi - bc + ie - ce = 0,$$

revient à

$$gm - bn - co + ih = 0,$$

on aura donc

$$\frac{fb.bg}{ab} - \frac{kc.bg}{bc} - \frac{kc.ci}{bc} + \frac{lc.ci}{ce} = 0,$$

équation d'où l'on tire

$$\left(\frac{fb}{ab} - \frac{kc}{bc}\right) bg = \left(\frac{kc}{bc} - \frac{lc}{ce}\right) ci,$$

relation qui revient à celle à laquelle Jacques était parvenu par un calcul tellement compliqué que nous avions renoncé à le reproduire.

Jacques Bernoulli avait encore considéré un autre cas, où les deux points intermédiaires décriraient respectivement de petits arcs de cercles autour des points extrêmes, leur distance mutuelle restant toujours invariable, et il était arrivé à exprimer les variations des coordonnées des deux points mobiles, mais encore plus péniblement que dans le premier cas, Jean Bernoulli simplifia de même très considérablement l'analyse de ce second cas.

Quant aux solutions qu'il donne des différents problèmes en question, elles sont réellement beaucoup plus simples que celles de Jacques.

Remarques sur les différents cas que peuvent présenter les problèmes de maximums ou de minimums d'intégrales et sur les méthodes employées pour résoudre ces problèmes.

Nous nous sommes borné, dans ce qui précède, à rapporter les solutions données par Newton, Leibniz et ses disciples des problèmes les plus simples qui ressortissent aujourd'hui au calcul des variations. Nous croyons utile de clore cette étude par une sorte de classification de ces problèmes eux-mêmes; par quelques observations sur la manière dont ils pouvaient être attaqués; et par l'indication des raisons qui rendaient nécessaire l'intervention de Lagrange.

Il peut arriver que le problème proposé se réduise à rendre maximum ou minimum une intégrale de la forme

$$\int_{x_0}^{x_1} f(y)\,dx,$$

$f(y)$ étant une fonction telle qu'elle prenne des valeurs maximum ou minimum pour certaines valeurs particulières de y; dans ce cas particulier y ne sera pas une fonction de x et l'intégrale considérée sera rendue maximum ou minimum par chacune des valeurs qui rendent $f(y)$ maximum ou minimum.

Par exemple le minimum de

$$\int [(y-a)^2+b^2]\,dx$$

correspondra à $y=a$, quelles que soient les limites, et ce minimum sera toujours

$$b^2(x_1-x_0),$$

si x_1 et x_0 sont les limites assignées.

Dans ce cas et dans tous les autres analogues, la question ne dépend que de la théorie élémentaire des maximums et des minimums.

Il en est encore de même lorsque le problème se réduit à rendre maximum ou minimum une intégrale de la forme

$$\int f(x, y)\,dx,$$

où $f(x, y)$ soit telle que, pour chaque valeur de x, il existe une valeur particulière de y qui rende $f(x, y)$ maximum ou minimum.

Par exemple

$$\int \left(xy + \frac{1}{xy}\right) dx$$

prendra une valeur minimum, quelles que soient les limites, si l'on fait $y = \frac{1}{x}$, et cette valeur sera toujours $2(x_1 - x_0)$, si les limites assignées sont x_1 et x_0, parce que si y différait de $\frac{1}{x}$,

$$xy + \frac{1}{xy}$$

serait toujours plus grand que 2.

En général, les maximums ou minimums d'une intégrale de la forme

$$\int f(x, y)\,dx$$

correspondront aux cas où la fonction y représenterait l'ordonnée d'un des points de la section de la surface

$$Z = f(X, Y),$$

par le plan

$$X = x,$$

où la tangente serait parallèle à l'axe des x.

On a un exemple remarquable de ce cas dans le problème qui consiste à rendre maximum le travail de la pression de l'air sur l'une des ailes d'un moulin à vent.

Dans les deux cas précédents, comme dans beaucoup d'autres qu'on pourrait imaginer à plaisir, on arrive à rendre maximum ou minimum l'intégrale considérée en rendant séparément maximum ou minimum chacun des éléments de cette intégrale; cela suffit, et on ne pourrait faire davantage.

Nous montrerons plus tard, ce que nous ne pourrions faire maintenant, que le problème du solide de moindre résistance, traité par Newton, n'appartient pas à ce genre; en sorte qu'il faudra convenir que l'auteur avait entrevu une méthode pour résoudre les problèmes dont la solution fit tant d'honneur aux géomètres de l'école de Leibniz; mais sans préjudice du blâme qu'il a encore plus certainement mérité pour avoir tenu son procédé secret. Nous n'insistons pas pour le moment, parce qu'il sera bien facile de vérifier que, si l'on voulait rendre minimum un élément quelconque de l'intégrale qui exprimerait la résistance éprouvée par le solide de révolution dont s'occupe Newton, il faudrait rendre l'élément de la méridienne de ce solide parallèle au flux.

Dans tous les autres cas, c'est la somme de deux éléments consécutifs de l'intégrale, au moins, qu'il faut rendre maximum ou minimum. Mais combien?

Avant de répondre à cette question, nous observerons d'abord, comme l'ont fort bien remarqué Leibniz et ses disciples, à propos de tous les exemples qu'ils ont traités, que *la courbe qui ferait* *un plus grand ou un plus petit, dans toute son étendue, jouirait évidemment de la même propriété, dans une quelconque de ses parties*, et nous ajouterons qu'il n'est pas moins évident que la fonction de x, représentée par y, qu'il faudrait adopter pour faire acquérir à une intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) dx,$$

une valeur maximum ou minimum, serait nécessairement telle aussi qu'elle rendrait maximum ou minimum la même intégrale prise entre des limites quelconques, comprises entre x_0 et x_1, et aussi rapprochées qu'on le voudrait l'un de l'autre : car autrement, il y aurait avantage à changer la fonction y, dans l'intervalle correspondant à ces deux limites intérieures, en lui conservant la même valeur en x, en dehors de ces mêmes limites.

Ainsi donc la question du maximum ou du minimum d'une intégrale de la forme que nous avons considérée, prise entre des limites assignées, peut toujours se ramener à celle du maximum ou du minimum de la même intégrale, prise entre des limites différant infiniment peu l'une de l'autre, c'est-à-dire à la question du maximum ou du minimum d'un élément plus ou moins étendu, ou, plutôt, plus au moins composé, de l'intégrale considérée.

Cela posé, il est bien clair que si la nature de la question exigeait seulement que l'élément de l'intégrale considérée dût être décomposé en p sous-éléments, l'opérateur n'en aurait pas moins la faculté, s'il le trouvait plus commode, en raison de la méthode de solution à laquelle il se serait arrêté, de décomposer l'élément de cette intégrale en un nombre de sous-éléments bien plus grand que p. Quelles que fussent les complications qui en résultassent, il devrait préférer s'y résoudre plutôt que de rester à court.

Il ne reste donc qu'à assigner le nombre minimum de sous-éléments à faire intervenir. Il est clair, d'abord, que si, comme dans l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) dx,$$

les dérivées de la fonction y s'élèvent jusqu'à l'ordre n, il faudra au moins faire intervenir n sous-éléments, pour que la différentielle $d^n y$ puisse trouver naissance et concourir à la formation de l'élément total

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx} \ldots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) dx.$$

On voit déjà que si n prenait une valeur un peu considérable, la méthode des géomètres du XVII^e siècle deviendrait bientôt absolument impraticable. Et, c'en était certainement assez pour que, se proposant de reconstituer la théorie sur de nouvelles bases, Lagrange dût abandonner l'idée de chercher à exprimer la variation d'un élément plus ou moins composé de l'intégrale à traiter, et s'efforcer, au contraire, d'obtenir la variation totale de cette intégrale, prise entre ses deux limites, d'ailleurs constantes ou variables, ce qui, au reste était le seul moyen d'arriver à une méthode générale de solution.

Nous ne dirons ici rien autre chose de cette nouvelle méthode, si ce n'est qu'elle devait fournir, immédiatement, les moyens d'étendre les mêmes recherches aux intégrales où la quantité finie, placée sous le signe sommatoire, contiendrait un nombre quelconque de fonctions de la variable indépendante, et les dérivées de ces fonctions.

Mais on verra, en étudiant cette méthode, qu'il s'en faut beaucoup, généralement, que le nombre des éléments à faire intervenir pour exprimer la condition de maximum ou de minimum, relativement à une intégrale de la forme,

$$\int f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) dx,$$

puisse être réduit à n. Nous ne pourrions, maintenant, assigner la limite inférieure de ce nombre; il nous faudra, pour cela, nous appuyer sur la théorie même du calcul des variations, mais, moyennant ce secours, il deviendra très facile de résoudre la question et de répondre aux doutes que nous avons dû laisser subsister touchant les solutions proposées par les deux frères Bernoulli des problèmes des isopérimètres qu'il ont envisagés.

WHISTON (WILLIAM).

[Né à Norton (Leicestershire) en 1667, mort à Londres en 1752.]

Il remplaça Newton au Collège de la Trinité, à Cambridge, en 1703, mais fut obligé d'abandonner sa chaire en 1710 parce qu'un de ses ouvrages où il confessait qu'il ne pouvait admettre le mystère de la Trinité fut condamné par une cour de justice ecclésiastique.

Il avait publié à Londres en 1696 sous le titre : *A new theory* *of the Earth* une sorte de Cosmogonie, qui obtint l'attention.

Nous avons déjà dit qu'il fit paraître l'*Arithmétique universelle* de Newton, sans l'aveu de celui-ci.

MOIVRE (ABRAHAM DE).

[Né à Vitry (Champagne) en 1667, mort à Londres en 1754.]

Il appartenait à la religion protestante, et la révocation de l'édit de Nantes l'obligea à s'expatrier. Il se retira à Londres, où il n'eut, pendant longtemps, d'autre ressource que d'enseigner les Mathématiques, qu'il avait apprises en France sous le célèbre Ozanam. Il entra bientôt en relation avec Newton et Halley, qui se chargèrent de communiquer ses premiers ouvrages à la Société Royale de Londres, dont ils le firent recevoir membre en 1697. Il devint successivement membre des Académies de Berlin et de Paris. Il fut l'un des commissaires nommés par la Société Royale pour juger le différend entre Leibniz et Newton. Ce dernier avait pour lui la plus grande estime, et l'on rapporte que, dans les dernières années de sa vie, lorsqu'on lui venait demander quelques explications sur ses ouvrages, il répondait le plus souvent : « Voyez M. de Moivre, il sait toutes ces choses-là mieux que moi. » Moivre mourut d'une façon assez singulière. Depuis quelque temps, il dormait chaque jour un peu plus que la veille et était ainsi arrivé à dormir vingt-trois heures par jour; le 27 novembre 1754, il dormit les vingt-quatre heures et ne s'est pas réveillé depuis. Ses principaux ouvrages sont : *De mensura sortis*, refondu plus tard dans *The Doctine of chances*, qui a eu trois éditions (1716, 1738 et 1756); *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis* (1730); *Annuities on lives* (1724, 1742, 1750), dont Fontana a donné une traduction en italien; enfin, un grand nombre de mémoires insérés dans les *Transactions philosophiques*. L'astronome Grandjean de Fouchy a fait son éloge, inséré dans le Recueil de l'Académie des Sciences.

Outre sa célèbre formule et son théorème relatif aux facteurs binômes de

$$x^{2m} - 2px^m + 1$$

analogue à celui de Cotes, mais un peu plus général, on doit à Moivre la théorie des séries récurrentes, qu'il rencontra dans ses recherches sur le Calcul des probabilités, et qu'il acheva presque seul; l'introduction, dans la Science, de ce principe que la probabilité d'un événement composé est le produit des probabilités des événements simples qui le composent; la solution de quelques dernières difficultés relatives à la décomposition des fractions rationnelles en fractions simples et à l'intégration des différentielles rationnelles, que la mort n'avait pas laissé à son ami Côtes le temps de lever; enfin, il partage avec Lambert l'honneur d'avoir donné naissance à la Trigonométrie imaginaire, en transportant du cercle à l'hyperbole les théorèmes relatifs à la multiplication et à la division des secteurs.

On cite encore de Moivre deux théorèmes curieux d'Astronomie, mais qui sont restés sans utilité; les voici : 1° la vitesse d'une planète en un point quelconque de son orbite est à sa vitesse au sommet du petit axe comme la racine carrée de sa distance au second foyer est à la racine carrée de sa distance au premier foyer ou au Soleil; et 2° le rayon vecteur est à la distance du premier foyer à la tangente comme la moyenne proportionnelle entre les distances aux deux foyers est au demi-petit axe.

BOERHAAVE (HERMANN).

(Né près de Leyde en 1668, mort en 1738.)

Un des médecins les plus éminents des temps modernes, à la fois mathématicien, chimiste et botaniste. Il tenta avec succès quelquefois de faire pénétrer en Physiologie l'esprit et les méthodes des sciences plus simples et de faire servir au progrès de la Médecine les connaissances acquises en Physique et en Chimie.

« Le mouvement fondamental imprimé par Descartes à l'ensemble de la raison humaine et tendant à *positiver* directement toutes nos spéculations essentielles, a produit en physiologie, dit Auguste Comte, l'illustre école de Boerhaave qui, entreprenant une opération philosophique alors prématurée, fut entraîné par un sentiment exagéré et même vicieux de la subordination nécessaire de la Biologie envers les parties antérieures et plus simples de la Philosophie naturelle, à ne concevoir d'autre moyen de rendre enfin positive l'étude de la vie que sa fusion, à titre de simple appendice, dans le système général de la Physique inorganique. »

« Boerhaave, dit M. Papillon, suivait toujours pour guide, dans l'explication des phénomènes et des causes de la vie, les lois de l'Hydraulique et de la Statique; il ramenait à ces lois les causes de la santé et de la maladie; il s'occupait dans les maladies à en rechercher les causes autant que les phénomènes; il considérait le corps humain comme une machine composée d'un nombre infini de vaisseaux de différents ordres remplis chacun d'une liqueur proportionnée; la santé dépendait de l'équilibre qui résulte des efforts gradués des liquides sur les solides et réciproquement; cette harmonie se dérangeait dans les maladies et ce dérangement provenait principalement de la déviation des liqueurs dans les vaisseaux qui ne leur étaient pas destinés. »

Boerhaave caractérise lui-même sa doctrine dans l'aphorisme suivant :

« Les solides sont ou des vaisseaux qui contiennent les humeurs, ou des instruments tellement construits, figurés et liés entre eux qu'il se peut faire, par leur fabrique particulière, certains mouvements déterminés, s'il survient une cause mouvante. On trouve en effet dans le corps des appuis, des colonnes, des poutres, des bastions, des téguments, des coins, des leviers, des aides de levier, des poulies, des cordes, des pressoirs, des soufflets, des cribles, des filtres, des canaux, des auges, des réservoirs. La faculté d'exécuter des mouvements par le moyen de ces instruments s'appelle *fonction*. Ce n'est que par les lois mécaniques que ces fonctions s'accomplissent et ce n'est que par ces lois qu'on peut les expliquer.

« Les parties fluides sont contenues dans les solides, mues, déterminées dans leur mouvement, mêlées, séparées, changées. Elles meuvent les vaisseaux avec les instruments, qui sont liés avec eux, usent, changent leurs parois et réparent les pertes qu'elles y ont causées. Ces actions se font suivant les lois hydrostatiques, hydrauliques et mécaniques. On doit donc les expliquer conformément à ces lois, quand on est venu à bout de connaître auparavant la nature de chaque humeur en particulier et les actions qui en dépendent uniquement, autant qu'on peut les découvrir par toutes sortes d'expériences. »

Boerhaave s'occupa aussi de botanique et chercha à concilier les deux systèmes de John Ray et de Tournefort.

WINSLOW (JACQUES).

(Né à Odensée en 1669, mort à Paris en 1760.)

Petit neveu de Stenon. Il enseigna durant cinquante années l'Anatomie au Jardin des Plantes. Son *Exposition anatomique de la structure du corps humain* (Paris, 1732) obtint un succès énorme, justifié par une clarté extraordinaire dans l'exposition, une grande exactitude et l'indication d'un grand nombre de faits non encore observés. Il a publié un assez grand nombre d'autres ouvrages également estimés, autre autres : *Sur l'incertitude des signes de la mort* (Paris 1742); *Observations sur les fibres du cœur et sur les valvules* (1711); *De la manière dont se font les sécrétions dans les glandes* (1711); *Description d'une valvule singulière de la veine cave* (1717), etc.

NEWCOMMEN (THOMAS).

[Né à Darmouth (Devonshire) vers 1670, mort vers 1730.]

Il était serrurier et avait entrepris avec Cawley de perfectionner la machine de Papin. Mais Savery avait antérieurement imaginé sa machine élévatoire où l'eau était refoulée par la pression de la vapeur, et comme il avait obtenu une patente, il décida facilement Newcommen à s'associer avec lui. C'est pourquoi les deux noms de Savery et Newcommen sont généralement accouplés; mais c'est Newcommen qui est le principal inventeur de la machine à vapeur. Le principe de sa machine n'est autre, du reste, que celui auquel Papin avait été conduit, de son côté, un peu auparavant : c'est le principe des machines qu'on a nommées atmosphériques.

La tige du piston est reliée par une chaîne à l'extrémité d'un balancier mobile autour d'un axe horizontal et terminé par un arc de cercle dont la tangente verticale est dans le prolongement de cette tige ; l'autre extrémité du balancier est reliée à la tige d'une pompe aspirante. Lorsque le piston est également pressé des deux côtés, la tige de la pompe descend par son propre poids et le piston remonte dans le cylindre. Mais si l'on vient à faire le vide au-dessous du piston, la pression atmosphérique détermine sa descente et en même temps la tige de la pompe est soulevée par le balancier. La vapeur, amenée au-dessous du piston, établit l'équilibre. et la condensation de cette vapeur, par l'injection d'une petite quantité d'eau froide, produit ensuite le vide.

Dans les machines décrites par Papin, la vapeur devait se former dans le cylindre lui-même, qu'il eût fallu alternativement exposer au feu et laisser refroidir; chaque coup de piston aurait exigé une manœuvre considérable et le mouvement n'eût pu être que très lent. Dans les machines exécutées par Savery et Newcommen, la chaudière ne communiquait avec le cylindre que par un tuyau muni d'un robinet qu'on devait ouvrir ou fermer selon que le piston était au bas ou au haut de sa course. C'était déjà un perfectionnement extrêmement important. Les deux associés y en ajoutèrent un autre, qui paraît former la part de Savery ; ils entourèrent le cylindre d'une enveloppe, laissant entre lui et elle un espace annulaire ouvert aux deux bouts, et dirigèrent dans cet espace un courant intermittent d'eau froide.

L'idée de condenser la vapeur par l'injection d'une petite quantité d'eau froide dans la partie inférieure du cylindre ne vint que plus tard et paraît avoir été le fruit du hasard.

Les pistons, tels qu'on les construisait alors, ne fermant pas assez hermétiquement, Newcommen les recouvrait d'une couche d'eau destinée à boucher toutes les fissures qui pourraient exister.

Or, un jour il arriva qu'un piston plus mal construit encore que tous les autres laissait une ouverture suffisante pour que l'eau la traversât en quantité notable dès que la tension de la vapeur se trouvait un peu diminuée au-dessous du piston. Cette eau arrivant dans le bas du cylindre précipitait la condensation de la vapeur et la machine se trouva marcher beaucoup plus rapidement que les autres. C'est l'étude attentive de ce phénomène qui amena Newcommen à supprimer complètement le refroidissement extérieur et à employer la pomme d'arrosoir destinée à porter la pluie d'eau froide dans toute la capicité du cylindre au moment marqué pour la descente du piston.

HADLEY (JOHN).

(Né vers 1670, mort en 1744.)

Membre de la Société Royale de Londres. Il est l'inventeur du sextant à miroir, dont se servent les marins pour faire le point, malgré le mouvement du navire. Il a inséré plusieurs mémoires dans les *Philosophical Transactions.*

Les télescopes à miroirs construits par Hooke, Newton et Cassegrain étaient tous de petites dimensions et on en avait abandonné l'usage. Hadley les remit en honneur. Il présenta en 1723 à la Société Royale de Londres un télescope à miroir de six pieds de long qui, dit Poggendorff, donnait les mêmes résultats qu'une lunette de Huyghens de cent vingt-trois pieds de longueur focale.

Hadley était lié d'amitié avec Halley. Ils donnèrent l'un et l'autre une théorie des vents alizés, mais celle de Hadley était beaucoup plus satisfaisante. Tous deux attribuaient la cause principale du phénomène à l'échauffement de l'air aux environs de l'équateur, mais Hadley remarquait que l'air qui remplace celui qui s'est élevé arrive des deux côtés de l'équateur avec une vitesse, dans le sens de l'ouest à l'est, moindre que celle des points du sol au-dessus desquels il vient se placer; en sorte qu'il doit paraitre animé d'une vitesse dans le sens est-ouest, laquelle, en se combinant avec sa vitesse dans le sens perpendiculaire à l'équateur, donne lieu aux vents réguliers qui soufflent dans les deux hémisphères, près de la ligne.

KEILL (JEAN).

(Né à Edimbourg en 1671, mort en 1721.)

Il professa la Physique et l'Astronomie à l'Université d'Oxford et fut élu membre de la Société Royale de Londres en 1706. Il prit le grade de docteur en Médecine en 1713. Ses principaux ouvrages sont : *Introductio ad veram Physicam* et *Introductio ad veram Astronomiam*, qui ne contiennent d'intéressant que ce qui est emprunté à Newton et à Moivre.

On sait le triste rôle qu'il joua dans la querelle relative à l'invention du Calcul infinitésimal, et l'on voit, par ses écrits, qu'il n'avait aucun titre pour se mêler de la question : aussi fit-il partie de la Commission nommée par la Société Royale pour voter contre Leibniz.

DE LOUVILLE D'ALLONVILLE (JACQUES).

(Né en 1671, mort en 1732.)

Chevalier de Malte, membre de l'Académie des Sciences en 1714. Il fit le premier application du micromètre d'Auzout et de Picard, au quart de cercle, il constata la diminution de l'obliquité de l'écliptique, qu'il trouvait de 60″ par siècle. On sait qu'elle n'est que de 48″.

GRANDI (FRANÇOIS-LOUIS-GUIDO).

(Né à Crémone en 1671, mort en 1742.)

Il appartenait à l'ordre des Camaldules, professa la Philosophie à Florence et à Pise et devint intendant des eaux en Toscane.

Ses principaux ouvrages sont : *Geometrica demonstratio vivianeorum problematum* (Florence 1699) ; *Geometrica demonstratio hugenianorum problematum* (Florence 1701); *quadratura circuli et hyperbolæ* (Pise 1703); *De infinitis infinitorum infinitisque parvorum ordinibus* (Pise 1720); *Flores Geometrici ex rhodonearum et clœliarum curvarum descriptione resultantes* (Venise 1728).

Les problèmes qui forment la matière du second des ouvrages cités plus haut avaient simplement été énoncés par Huyghens à la suite de son *Discours sur la cause de la Pesanteur*, les démonstrations de Guido Grandi lui appartiennent donc. Il s'agissait de la rectification de la cissoïde, de recherches sur la logarithmique et les solides qu'elle engendre, etc.

Dans sa *Quadratura circuli et hyperbolæ*, Grandi remarque les analogies que présentent le cercle et l'hyperbole équilatère:

Ses clélies sont des courbes à double courbure tracées sur la surface de la sphère; l'une d'elles est l'intersection de cette surface par un héliçoïde rampant, ayant pour axe un diamètre. Guido Grandi donne la quadrature des portions de la surface sphérique, limitées par des clélies. Pappus avait traité en partie la question.

GEOFFROY (ÉTIENNE-FRANÇOIS).

(Né à Paris en 1672, mort en 1731.)

Professeur de Chimie au Jardin des Plantes; il a laissé un souvenir durable dans l'histoire de cette Science par un important travail intitulé *Table des différents rapports observés en chimie entre diverses substances*, où il donne les poids proportionnels des corps qui entrent en combinaison. Cet ouvrage contient la remarquable proposition que voici : *Toutes les fois que deux substances ayant quelque tendance à se combiner l'une avec l'autre se trouvent unies ensemble, et qu'il en survient une troisième qui ait plus d'affinité avec l'une des deux, elle s'y unit en faisant lâcher prise à l'autre.*

KEILL (JAMES).

(Né à Edimbourg en 1673, mort en 1719.)

Il était le frère de l'accusateur de Leibniz, il prit le grade de docteur en Médecine à Cambridge et fut un des chefs de l'école iatro-mathématique en Angleterre, le principal de ses ouvrages est : *Tentamina medico-physica ad quasdam quæstiones quæ æconomiam animalem spectant, quibus accessit medicina statica Britannica.* (Londres 1718).

MANFREDI (EUSTACHIO).

(Né à Bologne en 1674, mort en 1739.)

Fondateur de l'Institut de Bologne, il est surtout connu par ses éphémérides, qui donnaient pour chaque jour les lieux du soleil, de la lune et de toutes les planètes et, de cinq en cinq jours, leurs déclinaisons et les heures de leurs passages au méridien (de Bologne). Elles donnaient aussi les conjonctions et les éclipses beaucoup plus exactement qu'on n'y était habitué jusqu'alors.

Du reste, sans être opposé aux nouvelles idées, il émettait encore des doutes, même sur le mouvement de la terre.

Son frère Gabriel, né en 1681, mort en 1761, a laissé, entre autres ouvrages : *De constructione æquationum differentialium.* (Pise 1707).

DITTON (HUMPHREY).

(Né à Salisbury en 1675, mort en 1715.)

Il exerça d'adord les fonctions de ministre, puis assuré de la protection de Newton, abandonna l'Église pour se livrer à ses goûts pour les Sciences. Il a laissé un assez grand nombre d'ouvrages dont les principaux sont : *Des tangentes aux courbes ; Lois générales de la nature et du mouvement ; Établissement des* *calculs différentiels; Nouvelle loi des fluides* ou *Théorie de l'ascension des liquides entre deux surfaces presque contiguës.* Ce dernier ouvrage est vraisemblablement le premier où ait été traitée la question de la capillarité.

GRAHAM (GEORGE).

[Né à Horsgills (Cumberland) en 1675, mort à Londres en 1751.]

Il vint à Londres, en 1688, pour se mettre en apprentissage chez un horloger et eut le bonheur de se faire agréer par Tompion, le plus célèbre horloger de Londres, qui avait construit pour Charles I[er], d'après les indications de Hooke, la première montre à spiral qu'on eût vue en Angleterre. Tompion conçut une vive affection pour Graham, le prit chez lui à demeure et le traita comme son fils. Selon le désir exprimé par Tompion, les deux amis furent de nouveau réunis dans la même tombe à Westminster-Abbey.

Graham construisit pour l'observatoire de Greenwich un nombre considérable d'instruments excellents pour l'époque, entre autres un *quart de cercle mural* d'un grand rayon, le grand secteur à l'aide duquel Bradley découvrit l'aberration des étoiles fixes, etc. C'est lui qui fournit à la mission française envoyée en Laponie les horloges qu'elle y emporta. Il mit à la mode l'usage de planétaires que les seigneurs payaient jusqu'à 25000 francs.

Il est l'inventeur du premier mode de compensation qui ait été imaginé pour remédier aux variations que les changements de température font subir à la longueur d'un pendule. Il fixait à la tige du pendule une sorte de thermomètre à mercure dont les dimensions étaient déterminées de façon que le liquide montant ou descendant dans le tube, pendant que la tige du pendule s'allongeait ou se raccourcissait, la longueur du pendule simple équivalent restât constante; il construisit, en 1722, une horloge à pendule ainsi compensé et publia sa découverte en 1726, dans les *Transactions philosophiques*. Il renonça peu de temps après à son système pour favoriser lui-même l'adoption d'un pendule de Harrisson, composé de tiges de métaux inégalement dilatables, alternativement fixées par le bas et par le haut. C'est Halley qui qui lui avait recommandé Harrisson.

Graham découvrit, en 1722, la variation diurne de la déclinaison magnétique. Il fit, peu de temps après, de nombreuses observations sur l'inclinaison de la boussole, et publia ses études sur l'un et l'autre sujet, en 1724, dans les *Transactions philosophiques*, qui d'ailleurs contiennent de lui un assez grand nombre de mémoires relatifs à tous ses travaux.

Il était membre de la Société royale de Londres.

LA GARAYE (CLAUDE-TOUSSAINT MAROT, COMTE DE).

(Né à Rennes en 1675, mort en 1755.)

Chimiste et philanthrope il consacra sa fortune, de concert avec sa femme, au soulagement des malheureux. Ils transformèrent leur château de La Garaye en un établissement hospitalier, contenant quarante lits, et où ils entretenaient quatre chirurgiens; en même temps ils fondèrent des écoles.

Pour se rendre encore plus utile à ses malades, La Garaye étudia la Médecine, la Chirurgie et la Chimie, tandis que sa femme apprenait la Botanique.

La Garaye découvrit la préparation de l'extrait sec de quinquina, qui a longtemps porté le nom de *sel essentiel* de La Garaye et enseigna aux pharmaciens à extraire des plantes les substances médicamenteuses par l'eau froide.

DELISLE (GUILLAUME).

(Né à Paris en 1676, mort en 172[illegible].)

Son père, Claude, était historien et géographe; la Géographie avait fait si peu de progrès jusqu'alors que l'on s'en rapportait encore généralement aux données fournies par Ptolémée, sans tenir compte d'aucune des observations ultérieures.

Guillaume Delisle, à l'instigation de Cassini, entreprit avec la plus grande ardeur la reconstitution entière de la Géographie, en étudiant les routiers de navigation, les relations des voyageurs, les nouvelles observations astronomiques, les cartes levées récemment dans divers pays, etc. Il est regardé à juste titre comme le créateur du système géographique rationnel. Pierre le Grand, pendant son séjour à Paris, apprenait de lui, dit Fontenelle, la structure de son vaste empire.

Il fut nommé membre de l'Académie des Sciences en 1702 et premier géographe du roi en 1718.

Outre cent trente-quatre cartes, dont Buache a donné une bonne édition en 1789, il a laissé un *Traité du cours des fleuves* et divers mémoires insérés dans le recueil de l'Académie des Sciences.

RICCATI (JACQUES-FRANÇOIS, COMTE).

(Né à Venise en 1676, mort à Trévise en 1754.)

Il est surtout connu par l'équation qui porte son nom. Il s'attacha à propager les idées de Newton. Le Sénat de Venise le chargea à plusieurs reprises de travaux d'endiguement des cours d'eau qui traversaient le territoire de la République.

Ses mémoires ont été rassemblés par son fils et publiés à Lucques sous le titre : *Opere del conte Jacopo Riccati.*

L'équation dont il avait proposé l'intégration aux géomètres et qu'il avait intégrée dans quelques cas particuliers est

$$ax^m y^p\, dx + by^2 x^n\, dx = dy.$$

Il s'est principalement occupé de l'abaissement des équations différentielles.

Ses deux fils s'occupèrent aussi de Mathématiques.

LEMONNIER (PIERRE).

(Né à Saint-Sever en 1676, mort à Saint-Germain-en-Laye en 1757.)

Professeur au collège d'Harcourt et membre de l'Académie des Sciences (1725). Outre des ouvrages élémentaires, il a laissé : *Premières observations, faites par ordre du roi, pour reconnaître la distance entre Paris et Amiens* (1757).

DE LA HIRE (GABRIEL-PHILIPPE).

(Né en 1677, mort en 1719.)

Fils de Philippe de la Hire. Il fit, comme son père, partie de l'Académie des Sciences et prit part à la mesure du degré du méridien en France, entreprise par Dominique Cassini et continuée par son fils Jacques. Il a laissé plusieurs mémoires sur la Physique.

LÉMERY (LOUIS).

(Né à Paris en 1677, mort en 1743.)

Fils de Nicolas Lémery; il fut reçu docteur en Médecine à vingt ans, entra à l'Académie des Sciences à vingt-trois ans et fut chargé du cours de Chimie au jardin du roi en 1708.

Outre un foule de mémoires insérés dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*, on lui doit deux ouvrages importants : *Dissertation sur la nature des os, où l'on explique la nature et l'usage de la moelle, avec trois lettres sur la génération des vers dans le corps de l'homme* (Paris, 1704), et *Traité des aliments, où l'on trouve, par ordre et séparément, la différence et le choix qu'on doit faire de chacun d'eux en particulier, les bons et les mauvais effets qu'ils peuvent produire, les principes en quoi ils abondent, le temps, l'âge et le tempérament où ils conviennent, avec des remarques à la suite de chaque chapitre, où l'on explique leur nature et leurs usages suivant les principes chimiques et mécaniques* (Paris, 1702).

CASSINI (JACQUES).

(Né à Paris en 1677, mort en 1756.)

Fils de Jean-Dominique; il fut reçu, à l'âge de dix-sept ans, membre de l'Académie des Sciences, parcourut l'Italie, la Hollande, l'Angleterre; se lia dans ce dernier pays avec Newton, Halley, Flamstead, etc., et fut appelé, en 1696, à faire partie de la Société Royale de Londres. De retour en France, il s'adonna entièrement à ses travaux favoris. Savant estimable et laborieux, il est loin cependant de s'être élevé à la réputation où son père est parvenu. L'occupation principale de sa vie fut la continuation des travaux relatifs à la figure de la terre; les résultats qu'il obtint, quoique entachés d'erreurs, n'en sont pas moins restés honorables pour son nom. Il les a publiés en 1720, sous le titre : *De la grandeur et de la figure de la terre.* On a aussi de lui plusieurs mémoires sur divers sujets d'Astronomie et de Physique, ainsi que des *Éléments d'Astronomie* (1740), entrepris sur la demande du duc de Bourgogne.

MONTMORT (PIERRE-RÉMOND DE).

(Né à Paris en 1678, mort en 1719.)

Son père lui avait laissé une grande fortune. Après avoir étudié le Droit et la Philosophie et avoir visité l'Allemagne, il s'occupa particulièrement de Mathématiques. Il avait succédé à son frère dans un canonicat de Notre-Dame, et s'en était démis en 1704 pour épouser une petite-nièce de la duchesse d'Angoulême.

Il est surtout connu pour divers travaux sur la théorie des probabilités et la sommation de certaines suites.

C'est lui qui a donné le premier la formule remarquable dont on se sert pour exprimer la somme de p termes d'une suite dont les différences finissent par s'annuler. Cette formule est

$$S = pa + \frac{p(p-1)}{1.2}\Delta a + \frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}\Delta^2 a + \ldots,$$

où a désigne le terme de la suite à partir duquel on compte, et Δa, $\Delta^2 a$, etc., les différences des divers ordres fournies par les termes qui suivent [1]. La démonstration de cette formule a été insérée en 1718 dans le recueil publié par la Société Royale de Londres.

Les recherches de Montmort sur le Calcul des probabilités ont paru sous le titre : *Essai d'analyse sur les jeux de hasard.* La seconde édition, qui est de 1713, contient la correspondance de l'auteur avec Jean et Nicolas Bernoulli sur les questions traitées dans le corps de l'ouvrage.

Montmort était particulièrement lié avec Malebranche, Taylor et Moivre.

LÉMERY (JACQUES).

(Né en 1678, mort en 1721.)

Second fils de Nicolas; il fut nommé associé de l'Académie des Sciences en 1721.

Il n'a écrit aucun traité; mais il a publié des mémoires qui ont été insérés dans le *Recueil de l'Académie des Sciences,* et dont voici les titres : *De l'action des sels sur différentes matières inflammables* (1713); *Expériences sur la diversité des matières qui sont propres à fournir du phosphore avec l'alun* (1714); *Réflexions physiques sur un nouveau phosphore et sur un grand nombre d'expériences qui ont été faites à son occasion* (1715).

(1) Elle se déduit de la formule

$$a_m = a + m\Delta a + \frac{m(m-1)}{1.2}\Delta^2 a \quad \ldots.$$

et de théorèmes connus sur les nombres figurés.

MOITREL D'ÉLÉMENT.

(Né en 1678, mort en 1730.)

Il découvrit le moyen de recueillir les gaz, il ouvrit un cours de Chimie pour faire connaître sa découverte mais ne réussit pas même en cela. Il se rendit en Amérique où il mourut. La brochure dans laquelle il expose ses expériences est de 1719.

HERMANN (JACQUES).

(Né a Bâle en 1678, mort dans la même ville en 1733.)

Successivement professeur de Mathématiques à Padoue, à Francfort-sur-l'Oder et à Bâle, associé des Académies des Sciences de Paris, de Saint-Pétersbourg et de Berlin.

Ses travaux eurent principalement pour objet la théorie des épicycloïdes sphériques, dont s'étaient aussi occupés les deux Bernoulli, et celle des courbes, imaginées par Tschirnhausen, que décrit la pointe d'un style tendant un fil attaché à ses extrémités en des points fixes et s'enroulant sur des courbes fixes. On savait déjà mener les tangentes à ces courbes : Hermann donna une méthode pour construire leurs rayons de courbure.

Il était lié d'amitié à Leibniz, qui eut avec lui une correspondance suivie; il donna des solutions d'un certain nombre des questions agitées parmi les disciples de Leibniz, mais elles n'étaient généralement pas irréprochables.

Outre des mémoires insérés dans les *Acta Eruditorum*, il a laissé un ouvrage plus considérable intitulé : *De phoronomia, sive de viribus et motibus corporum solidorum et fluidorum* (Amsterdam, 1716).

ONS-EN-BRAY (LOUIS-LÉON PAJOT COMTE D').

(Né à Paris en 1678, mort à Bercy en 1754.)

Il succéda à son père comme directeur des Postes, en 1698, après avoir visité la Hollande où il entra en relations avec Huyghens, Boerhaave, etc. Il établit dans une maison de campagne qu'il avait à Bercy des laboratoires de Physique et de Chimie et un atelier de construction de machines de son invention. Ce cabinet eut beaucoup de vogue; il fut visité par Pierre le Grand, le Régent, Louis XV, etc. Ons-en-Bray le légua à l'Académie des Sciences, dont il était membre honoraire.

Il a laissé quelques ouvrages, parmi lesquels : *Anémomètre qui marque de lui-même sur le papier les vents qu'il a fait pendant vingt-quatre heures et leurs différentes vitesses* (1734).

MAIRAN (JEAN-JACQUES D'ORTOUS DE).

(Né à Béziers en 1678, mort à Paris en 1771.)

Deux dissertations, l'une *sur les variations du baromètre* (Paris, 1715) et l'autre *sur la glace*, (Paris, 1716), qui furent couronnées par l'Académie de Bordeaux, lui ouvrirent les portes de l'Académie des Sciences de Paris. Il a publié depuis un *Traité de l'aurore boréale*, (Paris, 1733), qui a peu de valeur, mais auquel il ajouta, en 1747, cette remarque importante que la couronne de l'aurore boréale se trouve sur le prolongement de l'aiguille d'inclinaison. Halley avait observé auparavant que le sommet de l'arc est dans le plan du méridien magnétique et que la couronne est au sud du zénith.

Mairan se servit le premier d'un baromètre tronqué pour mesurer la pression sous le récipient de la machine pneumatique.

C'était un homme aimable et distingué, un habile musicien et un littérateur de mérite. « Il avait, dit Poggendorff, ce que les Français appellent les grâces du style, et cette précieuse qualité, à laquelle nous autres Allemands, attribuons en général si peu d'importance, lui valut, à la mort de Fontenelle, en 1740, (cette date est inexacte) d'être choisi comme secrétaire de l'Académie. »

HENKEL.

[Né à Freyberg (Saxe) en 1679, mort en 1744.]

Ce sont en grande partie ses travaux qui ont assuré leur supériorité aux manufactures de porcelaine de Saxe. Ses principaux ouvrages sont : *Pyritologia* (Leipzig, 1725), et *Introduction à la Minéralogie* (Dresde, 1757), qui ont été traduits par le baron d'Holbach; *Enseignements de la Minéralogie et de la Chimie métallurgiques* (Dresde, 1747), traduit en français, (Paris, 1756).

ZENDRINI (BERNARD).

(Né à Saviore en 1679, mort en 1747.)

Elève de Guglielmini; il exerça quelque temps la Médecine, mais se voua bientôt aux études mathématiques, il fut un des premiers à faire connaître en Italie Descartes, Newton et Leibniz. Ses principaux travaux ont pour objet l'hydraulique. Il débuta par l'analyse et la solution du problème de la puissance d'érosion des eaux courantes. Les Ferrarais le nommèrent premier ingénieur hydraulicien; le duc de Modène le choisit également pour son premier ingénieur et la République de Venise le nomma surintendant des eaux, fleuves, lagunes et ports des États vénitiens (1720). Il améliora, pour la république de Lucques, le port de Viareggio (1735), creusa de nouveaux lits au Ronco et au Montone qui inondaient périodiquement Ravenne, etc.

Son principal ouvrage est intitué : *Leggi e fenomeni, regolazioni e usi delle acque correnti* (Venise, 1741). « Cet ouvrage, dit Prony, réunissait au mérite de faire connaître la Science, dans l'état où elle se trouvait au moment de sa publication, celui de présenter les rectifications d'anciennes théories et les conceptions nouvelles dont l'auteur l'avait enrichie. On le regardait à juste titre comme un ouvrage de premier ordre dans son genre lorsqu'il parut, et, malgré les grands progrès qu'a faits l'hydraulique depuis le milieu du siècle dernier, c'est encore un livre qu'un ingénieur doit avoir dans sa bibliothèque. »

Zendrini a aussi publié dans les recueils scientifiques des mémoires de Mathématiques, d'Astronomie et de Météorologie.

WOLFF (CHISTIAN, BARON DE).

(Né à Breslau en 1679, mort à Halle en 1754.)

Il étudia toutes les Sciences avec une ardeur extrême, mais ne leur fit faire aucun progrès sérieux : il imagina le premier anémonètre à ailettes et proposa, en 1724, une loi empirique pour les distances des planètes au Soleil. Sa formule a été reprise, avec quelques modifications, par Titius en 1766 et par Bode en

1772. Il donna des aurores boréales, à propos de celle de 1716, une explication fondée sur l'inflammation de vapeurs nitreuses et sulfureuses qui, d'après lui, s'élevaient de la Terre. Nous avons déjà dit que Halley, à la même époque, attribuait le phénomène à des émanations magnétiques du pôle nord. C'était au moins signaler une relation remarquable.

Wolff est plus connu comme philosophe que comme savant. Il s'était de bonne heure lié avec Leibniz, à qui il rendit, pour la partie philosophique de son œuvre, les mêmes services que lui avaient rendus les Bernoulli et le marquis de l'Hospital, pour la partie mathématique : celui de développer ses idées, de les coordonner, de les répandre et de leur gagner des adhérents; tâche bien plus difficile à remplir que celle qu'avaient assumée les disciples géomètres du maître de Hanovre, Leibniz n'ayant jamais systématiquement exposé les principes de sa Philosophie.

Wolff développa la pensée de Leibniz, d'abord dans ses leçons à Leipzig, à Halle et à Marbourg, puis dans de nombreux écrits qui obtinrent une vogue et une popularité immenses, dues à l'ordre et à la clarté qu'il apporta dans ces matières.

SANTORINI.

(Né en 1681, mort en 1736.)

Professeur d'Anatomie à Venise. Il a laissé des *Observationes Anatomicæ*, qui renferment une multitude de découvertes concernant les petites parties du corps humain, os, muscles et cartilages.

COTES (ROGER).

[Né à Burbach (Leicester) en 1682, mort à Cambridge en 1716.]

Côtes fut nommé, en 1706, professeur d'Astronomie et de Physique expérimentale à Cambridge.

Newton faisait grand cas de lui; il disait à propos de ses recherches sur l'optique : « Si Côtes eût vécu, nous saurions quelque chose. » Côtes ne donna, de son vivant, qu'une édition des *Principes* de Newton, avec une préface où il défend son compatriote contre les cartésiens; un mémoire sur le météore du 6 mars 1716, et un autre mémoire d'analyse intitulé *Logometria*.

Ses principales découvertes consistent, outre quelques perfectionnements apportés aux méthodes naissantes d'intégration, principalement des différentielles rationnelles, dans deux théorèmes qui portent son nom. Ses œuvres posthumes ont été publiées sous le titre de : *Harmonia mensurarum* (1722). Lemonnier a traduit ses *Lectures* sur l'Hydrostatique et la Pneumatique sous le titre de : *Leçons de Physique expérimentale* (Paris, 1740, in-8°).

Côtes n'est guère connu dans les écoles que par son théorème relatif aux racines imaginaires de l'unité, mais on lui doit cette proposition beaucoup plus importante : *Si d'un point* O *quelconque, pris dans le plan d'une courbe de degré* m, *on mène une droite qui coupe la courbe en* m *points*

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_m,$$

et que l'on conçoive sur cette droite le point M, *déterminé par la condition que l'inverse de la distance* OM *soit la moyenne* *arithmétique des inverses des distances*

$$Oa_1,\ Oa_2,\ \ldots,\ Oa_m,$$

le lieu des positions qu'occupera le point M, *lorsque la sécante tournera autour du point* O, *sera une ligne droite.* L'énoncé de ce théorème a été trouvé dans les papiers de Côtes après sa mort, par son ami, le physicien R. Smith, qui en donna communication à Mac-Laurin. Celui-ci proposa du théorème deux démonstrations, l'une géométrique, l'autre algébrique, et en fit la base de son traité : *De linearum geometricarum proprietatibus generalibus*; il donna au segment OM le nom de moyenne harmonique entre les autres segments

$$Oa_1,\ Oa_2,\ \ldots,\ Oa_m.$$

Le général Poncelet a fourni du même théorème une nouvelle démonstration, fondée sur le principe de continuité, et qui se réduit à cette simple remarque, que le point M étant unique sur chaque rayon vecteur et ne pouvant jamais se confondre avec le point O, le lieu qu'il décrit doit être une ligne droite.

Pour bien entendre l'énoncé du théorème de Côtes, il faut évidemment donner des signes aux distances

$$Oa_1,\ Oa_2,\ \ldots,\ Oa_m \text{ et } OM;$$

toutes celles qui s'étendront dans un même sens convenu auront le signe + et les autres le signe —; quant à celles qui se rapportent à des rencontres imaginaires avec la courbe, il faut remarquer qu'elles sont deux à deux conjuguées,

$$\alpha \pm \beta\sqrt{-1},$$

et que leurs inverses

$$\frac{1}{\alpha + \beta\sqrt{-1}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\alpha - \beta\sqrt{-1}}$$

donnent une somme réelle

$$\frac{2\alpha}{\alpha^2+\beta^2}.$$

Le théorème s'étend évidemment aux surfaces algébriques, c'est-à-dire que si d'un point O quelconque on mène une droite qui coupe une surface de degré m aux points $a_1, a_2, \ldots, a_m$ et que l'on conçoive sur cette droite le point M déterminé par la condition que l'inverse de la distance OM soit la moyenne arithmétique des inverses des distances

$$Oa_1,\ Oa_2,\ \ldots,\ Oa_m,$$

le lieu du point M sera un plan.

Le théorème de Côtes relatif aux racines de l'équation $x^m - 1 = 0$ consiste en ce que le binôme $x^m - 1$ s'exprime par le produit des distances d'un point pris à la distance x du centre, sur le diamètre origine, aux m points de division de la circonférence.

C'est Côtes qui a réduit en corps de doctrine la question de l'intégration des différentielles rationnelles, toutefois il avait laissé subsister quelques difficultés que leva son ami Moivre.

FAGNANO (JULES-CHARLES, COMTE DE).

MARQUIS DE TOSCHI ET DE SAN HONORIO.

(Né à Sinigaglia en 1682, mort en 1766.)

Nommé à seize ans membre de l'Académie des Arcades, il ne tarda pas à acquérir la réputation d'un des plus remarquables mathématiciens de son temps. Ses ouvrages, qui avaient paru dans les recueils scientifiques italiens et dans les actes de Leipzig, ont été réunis et publiés par lui sous ce titre : *Produzzioni mathematiche del conte Fagnano, etc.* (Pesaro, 1750, in-4°, 2 vol.). Outre différents articles relatifs aux éléments, et dont nous ne parlerons pas, on trouve dans cet ouvrage d'importants aperçus sur différents points alors inexplorés de l'analyse transcendante. Dès 1719, Fagnano avait été conduit à la découverte de cette formule du rapport de la circonférence au diamètre

$$\pi = 8 \log\left(\frac{1-\sqrt{-1}}{1+\sqrt{-1}}\right)\frac{1}{2}\sqrt{-1},$$

dont l'invention lui fait d'autant plus d'honneur qu'elle précédait de bien des années les recherches d'Euler sur les exponentielles et les logarithmes imaginaires. Jean Bernoulli avait, il est vrai, donné déjà différentes formules analogues; mais, à cette époque, en l'absence d'une théorie suffisamment générale, les différents géomètres arrivaient individuellement à des résultats semblables par des voies entièrement distinctes.

Un autre genre de recherches, où Fagnano paraît n'avoir pas eu de prédécesseurs, présente aujourd'hui un intérêt beaucoup plus considérable. La rectification de l'ellipse et de l'hyperbole, déjà tentée par les premiers fondateurs de la nouvelle analyse, présentant des obstacles insurmontables, Fagnano chercha à déterminer sur l'une ou l'autre courbe des arcs dont la différence fût exprimable algébriquement. Il fit voir, par exemple, qu'un arc quelconque étant pris sur une ellipse à partir d'un de ses sommets, on peut trouver sur la même ellipse, à partir d'un des sommets placés sur l'autre axe, un arc dont la différence avec le premier soit rectifiable. Il divisait le quart d'une ellipse, de plusieurs manières, en parties dont la différence fût exprimable, etc.

Ces recherches forment le point de départ de la théorie des fonctions elliptiques; Euler, en les étendant, a rendu hommage à la sagacité du premier inventeur.

C'est encore Fagnano, qui, poursuivant les mêmes études, fit cette remarquable découverte : que l'intégrale qui exprime l'arc de la lemniscate possède des propriétés analogues à celles de l'intégrale qui représente un arc de cercle; que, par exemple, il existe une relation algébrique simple entre les limites de deux intégrales qui expriment deux arcs de lemniscate, l'un double de l'autre; de sorte qu'un arc de lemniscate peut, comme un arc de cercle, être doublé ou divisé en deux parties égales par une construction géométrique.

Euler trouva, quelques années après, le principe de cette propriété et d'autres semblables, en soumettant à des recherches analogues l'intégrale plus générale que nous nommons aujourd'hui intégrale elliptique de première espèce.

FRÉZIER (AMÉDÉE-FRANÇOIS).

(Né à Chambéry en 1682, mort à Brest en 1776.)

Quoique né en Savoie d'un gentilhomme écossais réfugié, il appartient à la France par sa vie et par ses travaux. Il montra, dès son enfance, de grandes dispositions pour les langues et les sciences, et fut envoyé à Paris pour y achever ses études, qu'il compléta par un voyage en Italie. En 1702, le duc de Charost offrit à Frézier, une lieutenance dans le régiment d'infanterie dont il était colonel. Il y servit jusqu'en 1707, puis entra dans le corps du génie. Il travailla à l'agrandissement de l'enceinte de Saint-Malo, puis fut envoyé au Pérou et au Chili, afin d'aviser aux moyens de protéger ces colonies espagnoles. Elargissant le cercle de sa mission, Frézier rectifia la position de plusieurs points importants de la côte des Patagons, fit une bonne reconnaissance du détroit de Lemaire, ainsi que de la Terre des États, et donna d'utiles renseignements sur le mouillage du port Maurice et de la baie de Bon-Succès. La Botanique lui dut aussi quelques observations et l'importation en France, entre autres plantes, de la fraise du Chili. La Physique et la Minéralogie ne furent pas davantage oubliées par lui. Ce voyage avait duré deux ans et demi, de janvier 1712 à août 1714; Frézier en publia la relation en 1716. Il fut ensuite renvoyé à Saint-Malo, puis à Morlaix, où il fut, pendant trois campagnes successives, chargé de la conduite des ouvrages du château du Taureau. En 1719, Frézier fut nommé ingénieur en chef et envoyé en cette qualité à Saint-Domingue pour mettre cette colonie en état de défense. En 1728, après son retour en France, Frézier reçut la croix de Saint-Louis, et fut envoyé, avec la commission de capitaine, à Philipsbourg, puis à Landau, dont il répara les fortifications. Il écrivit alors sa *Théorie et pratique de la coupe des pierres et du bois* (Strasbourg, 1738) ouvrage remarquable par la méthode (c'est celle de Desargues, pour qui l'auteur avait une grande admiration), et par les applications nouvelles qu'il en fit à une foule de questions de géométrie pratique, telles que le développement sur un plan des surfaces coniques ou cylindriques et de leurs sections planes, l'étude des intersections des surfaces sphériques, cylindriques et coniques entre elles, la représentation des courbes à double courbure par leurs projections sur des plans, etc. Ces recherches de Frézier préludaient à la naissance de la Géométrie descriptive et n'y ont pas été inutiles.

Frézier fut nommé, en 1739, directeur des fortifications de la Bretagne, et en 1752, membre honoraire de l'Académie de la marine. En 1764, il prit sa retraite; il avait alors quatre-vingt-deux ans. Pendant sa longue carrière, Frézier n'avait assisté qu'à deux sièges; aussi, malgré son mérite, ne put-il franchir le grade de lieutenant-colonel. Il mourut à Brest, à l'âge de quatre-vingt-onze ans. Cette ville, qui doit à Frézier le baldaquin de l'église Saint-Louis, a donné son nom à l'une de ses rues.

Outre divers mémoires, nous mentionnerons parmi ses ouvrages : *Relation du voyage de la mer du Sud aux côtes du Chili et du Pérou* (Paris, 1714, in-4°), ouvrage traduit en anglais, en allemand et en hollandais ; *Éléments de Stéréotomie à l'usage de l'architecture, pour la coupe des pierres* (Paris, 1759-1760, 2 vol. in-8°); *Dissertation historique et critique sur les ordres d'architecture* (Strasbourg, 1738, in-4°), etc.

On lui doit encore, sur les Beaux-Arts, l'Histoire naturelle et la Géographie, quelques opuscules qui annoncent des connaissances solides et variées.

NEUMANN (GASPARD).

(Né à Berlin en 1683, mort dans la même ville en 1737.)

Il était simple garçon dans une officine d'apothicaire, lorsqu'il conçut l'idée d'entreprendre l'étude approfondie de la Chimie. Il parcourut l'Angleterre, la Hollande et la France et entra en rapport avec les principaux savants de l'époque.

A son retour à Berlin, il fut nommé professeur de Chimie et conseiller aulique. Il avait adopté les idées de Stahl. Ses études ont surtout porté sur la Chimie organique. Il a étudié le camphre, le tartre, le vin, la bière, le café, les fourmis, l'albumine, le suc de violette.

DES AGULIERS (JEAN-THÉOPHILE).

(Né à La Rochelle en 1683, mort en 1744.)

Réfugié à Londres, avec son père, ministre protestant, après la révocation de l'édit de Nantes, il l'aida à diriger une école à Irlington. A sa mort il alla achever ses études à l'Université d'Oxford, où il remplaça en 1710 le professeur de Physique Keill. Il entra ensuite dans les ordres, devint chapelain du prince de Galles et fut invité par Newton à instituer différentes expériences relatives à la lumière et à la chaleur.

Il parcourut ensuite la Hollande, où il propagea la Philosophie newtonienne.

Ses principaux ouvrages sont : *System of experimental Phylosophy* (Londres 1719); *Cours de Physique expérimentale* (1725-1727); des mémoires insérés dans les *Transactions philosophiques* et des traductions en anglais d'ouvrages publiés en France.

RÉAUMUR (RENÉ-ANTOINE, FERCHAULT DE).

(Né à La Rochelle en 1683, mort en 1757.)

Il est surtout connu comme inventeur du thermomètre, mais il ne se recommande pas seulement par cette invention déjà ébauchée avant lui par Galilée et Digby; son esprit investigateur s'est exercé sur presque toutes les branches des Sciences mathématiques, physiques et naturelles.

Il débuta par quelques mémoires de Géométrie, puis par des observations sur la régénération des membres perdus des crustacés; sur l'action électrique de la torpille; sur le genre de locomotion des étoiles de mer; etc.

Il fut à vingt-cinq ans élu membre de l'Académie des Sciences et chargé par elle de la description des divers arts et métiers.

Ses nombreux mémoires ont trait aux rivières qui roulent de l'or, aux mines de turquoises, aux différentes espèces de bois, à l'aimantation du fer et de l'acier, à la cristallisation métallique, à l'art de fabriquer le fer-blanc, à celui de faire éclore les œufs artificiellement. C'est lui qui inventa le verre blanc opaque connu sous le nom de *porcelaine de Réaumur*.

Son principal ouvrage est intitulé : *Mémoires pour servir à l'histoire des insectes* (1734-1742). Il y rend compte, entre autres des expériences qu'il fit pour savoir si un essaim d'abeilles pouvait se passer de reine : il divisa un essaim en deux parts et reconnut que les individus composant celle qui ne possédait plus la reine cessaient de travailler et ne tardaient pas à mourir.

Il pensait à tort que les abeilles mères provenaient d'œufs particuliers. Schirach a détruit cette erreur.

NICOLE (FRANÇOIS).

(Né à Paris en 1683, mort en 1758.)

Il débuta à 19 ans par la rectification de la cissoïde ; le mémoire où il résolvait la question fut inséré dans le journal des savants pour l'année 1703. Ses autres travaux se trouvent dans les différents tomes du *Recueil de l'Académie des Sciences*, publiés de 1717 à 1732; les premiers se rapportent au calcul des différences finies dont Nicole a beaucoup contribué à éclaircir la théorie et auquel il a apporté de nouvelles richesses par la sommation d'un grand nombre de suites intéressantes; un autre contient la théorie des épicycloïdes sphériques et leur rectification; enfin plusieurs sont consacrés à la démonstration des théorèmes que Newton s'était borné à énoncer dans son *Énumération des lignes du troisième ordre*, et, principalement, que toutes les courbes du troisième ordre peuvent être considérées comme les perspectives de trois d'entre elles.

Outre ces mémoires, Nicole a publié à part : *Essai sur la théorie des roulettes* (1706) et *Traité du calcul des différences finies* (1717).

TAYLOR (BROOK).

[Né à Edmonton (Middlesex) en 1685, mort en 1731.]

La Musique, la Peinture, l'Étude des lois, la Philosophie, la Physique, la Géométrie et la Perspective l'occupèrent tour à tour. Il fut admis en 1701 au collège de Saint-John à Cambridge et s'y lia avec les principaux disciples de Newton. Il s'adonna, à partir de ce moment, avec une grande ardeur à l'étude des hautes Mathématiques.

Il fut reçu bachelier ès lois en 1709, membre de la Société Royale de Londres en 1712, docteur ès lois en 1714.

Il s'occupa principalement, dans les dernières années de sa vie, de spéculations philosophiques et religieuses.

Son principal ouvrage est intitulé : *Methodus incrementorum directa et inversa* (Londres, 1715-1717). Nous en donnons ci-dessous une analyse succincte.

Ses autres ouvrages sont : *New principles of linear perspective* (1715) et un certain nombre de mémoires, insérés dans les *Transactions philosophiques*, et qui ont trait au mouvement des projectiles, au centre d'oscillation, à l'action mutuelle des aimants, à la capillarité, à l'adhérence d'une plaque en contact avec la surface d'un liquide, etc. Il reconnut que la section moyenne de la surface libre d'un liquide soulevé par la capillarité entre deux lames verticales peu inclinées l'une sur l'autre est une hyperbole.

Taylor, qui était secrétaire de la Société Royale de Londres depuis 1714, eut, vers cette époque, avec Jean Bernoulli et son fils Nicolas, à propos du problème des *trajectoires orthogonales*, un démêlé fort vif, où l'avantage ne fut pas de son côté; Newton, par qui les Anglais juraient, même avant tout examen, avait précipitamment donné du problème une solution incomplète que les Bernoulli attaquèrent. Taylor se jetant au milieu du débat osa imprimer que, si les adversaires de Newton ne voyaient pas comment la courte réponse qu'il avait donnée pouvait suffire, *illorum imperitiæ tribuendum esset* (il fallait l'attribuer à leur incapacité). Cette incartade fut vertement relevée et Taylor fut réduit au silence.

Il mourut phthisique, mais entouré des soins que pouvait lui procurer une fortune assez considérable.

Outre la formule qui porte le nom de l'auteur, la *Methodus* *incrementorum* contient, dans les applications, une solution très intéressante de la question du nombre des vibrations exécutées par une corde tendue.

La question était à l'étude depuis Pythagore; mais, quoique Galilée s'en fût occupé avec ardeur, pour poursuivre les recherches de son père à ce sujet, elle n'avait, pour ainsi dire, fait aucun progrès jusqu'au moment où Mersenne, dans ses *Harmonicorum libri XII* (Paris 1636), donna, comme résultats d'expériences, les lois suivantes du phénomène :

n désignant le nombre des vibrations exécutées par la corde dans un temps donné, L la longueur de cette corde, N son poids, P celui par lequel elle était tendue et d son diamètre on trouverait, d'après Mersenne,

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{P}{P'}},$$

$$\frac{n}{n'} = \sqrt{\frac{N'}{N}},$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{L'}{L},$$

enfin

$$\frac{n}{n'} = \frac{d'}{d};$$

toutes choses égales d'ailleurs dans chaque cas. (Nous avons suffisamment indiqué déjà l'origine de l'habitude qui fut conservée par les géomètres, quelque temps même encore après Newton, de ne jamais faire varier en même temps qu'une des causes d'un phénomène.)

Taylor arriva, par des considérations théoriques, à la formule

$$n = \sqrt{\frac{gP}{LN}},$$

n désignant le nombre des vibrations simples par seconde, c'est-à-dire le nombre des passages de la corde d'une de ses positions extrêmes à la suivante.

Le mémoire de Taylor relatif à cette recherche avait paru d'abord dans les *Transactions philosophiques*, en 1713; il a été reproduit dans la *Methodus incrementorum*.

Les proportions de Mersenne reviennent à la formule unique

$$n = \frac{K}{Ld}\sqrt{\frac{P}{N}},$$

qui ne s'accorde pas avec celle de Taylor. Celle-ci au contraire est identique à celle qu'a donnée depuis Lagrange et que l'on regarde comme exacte

$$n = \frac{1}{dL}\sqrt{\frac{gP}{D\pi}},$$

D désignant le poids spécifique de la corde et d son diamètre. En effet, le poids N, qui entre dans la formule de Taylor, aurait pour expression

$$N = \pi\frac{d^2}{4}LD,$$

et si l'on fait la substitution, il vient

$$n = \sqrt{\frac{gP}{L^2\pi\frac{d^2}{4}D}} = \frac{2}{dL}\sqrt{\frac{gP}{D\pi}}.$$

La formule de Taylor donne, il est vrai, un nombre double de celui qui résulte de celle de Lagrange. Mais je pense que cette différence tient seulement à ce que ces deux géomètres n'entendaient pas de même le mot vibration, Lagrange y comprenant sans doute le mouvement d'aller et celui de retour, tandis que Taylor ne considérait que l'un de ces mouvements.

Un dernier mérite de Taylor est d'avoir, le premier, essayé de résoudre par l'analyse le problème des réfractions astronomiques. Il chercha à déterminer la trajectoire d'un rayon lumineux, en supposant l'atmosphère composé de couches sphériques et concentriques, obtint l'équation différentielle de cette courbe et montra comment on pourrait en construire les divers points au moyen de quadratures approchées.

Methodus incrementorum.

Cet ouvrage se compose de deux parties dont la première contient ce que l'auteur appelle *Méthode des incréments* et la seconde des applications de cette méthode.

La seconde partie, qui contient la théorie des cordes vibrantes vaut mieux que la première, où l'on ne trouve guère d'intéressant que ce qu'on est convenu d'appeler la *formule de Taylor* et qui ne ressemble que de loin à ce qu'on entend par là.

Taylor débute par proposer, à côté du calcul des fluxions, un *calcul des incréments* qui, s'il était irréprochable, se confondrait avec le Calcul différentiel.

Newton avait représenté les fluxions des divers ordres d'une fonction par la lettre représentative de cette fonction surmontée d'un, deux, trois, etc., points. Taylor propose de représenter les différentielles des divers ordres d'une fonction par la lettre représentative de cette fonction, marquée, en dessous, d'un, deux, trois, etc., points : les notations dy, d^2y, d^3y ... valaient beaucoup mieux. mais la question était de ne rien emprunter à Leibniz ni aux Bernoulli, et de se ranger sous la bannière de Newton.

Taylor a un certain esprit de généralisation : aussi, comme il représente par y_n la différentielle d'ordre n de y, il prend possession, sans en rien vouloir faire, de la notation y_{-1}, pour représenter la fonction dont la *quantité finie* y serait la différentielle.

Taylor est le premier géomètre qui ait posé et abordé le problème du changement de variable indépendante; mais, si ses abominables notations ne m'ont pas trompé, les formules de transformation qu'il donne sont fausses, en sorte qu'il ne lui resterait que le mérite d'avoir posé la question.

Voici ce qu'il dit page 8.

Æquationem fluxionalem, in quá sunt fluentes tantum duœ z *et* x, *quarum* z *fluit uniformiter, ita transformare ut fluat* x *uniformiter.*

C'est-à-dire : transformer une équation fluxionelle, où n'entrent que deux fluentes z et x, dont la première z croît par degrés égaux, de façon que ce soit la seconde x qui varie de quantités égales.

Solvitur problema substituendo pro $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, ... *sequentes ipsorum valores, nempe* $\ddot{x} = -\frac{\ddot{z}\dot{x}}{\dot{z}}$, $\dddot{x} = \frac{-\dddot{z}\,\dot{z}\,\dot{x} + 3\,\ddot{z}^2\dot{x}}{\dot{z}^2}$ ....

C'est-à-dire : le problème est résolu en substituant à

$$\frac{d^2x}{dz^2},\quad \frac{d^3x}{dz^3},\ \dots,$$

les valeurs suivantes

$$\frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{\dfrac{d^2z}{dx^2}}{\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2}, \qquad \frac{d^3x}{dz^3} = \frac{-\dfrac{d^3z}{dx^3}\dfrac{dz}{dx} + 3\left(\dfrac{d^2z}{dx^2}\right)^2}{\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^3} \cdots$$

Mais les formules véritables sont

$$\frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{\dfrac{d^2z}{dx^2}}{\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^3}, \qquad \frac{d^3x}{dz^3} = \frac{-\dfrac{d^3z}{dx^3}\dfrac{dz}{dx} + 3\left(\dfrac{d^2z}{dx^2}\right)^2}{\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^5} \cdots$$

Au reste, il eût été bien étonnant que Taylor ne se fût pas fourvoyé dans cette question : en effet, une équation différentielle du second ordre. par exemple, d'un phénomène, où z est considéré comme la cause et x comme l'effet, est une relation entre trois états consécutifs de ce phénomène, infiniment voisins les uns des autres et *équidistants par rapport à* z; au contraire, l'équation différentielle du second ordre du même phénomène, où x serait considéré comme la cause et z comme l'effet, serait une relation entre trois états consécutifs de ce même phénomène, infiniment voisins les uns des autres, mais *équidistants par rapport à* x; les états considérés dans les deux cas ne seraient donc pas les mêmes; en conséquence le calcul des incréments ne peut aucunement permettre de passer de la première relation à la seconde.

Le problème, qui semble absurde au premier abord, puisqu'il consiste à passer d'une relation entre $(n+1)$ choses à la relation qui en lie $(n+1)$ autres, ce problème est à la fois raisonnable et soluble parce que la première relation, qui est une équation différentielle de l'ordre n, détermine l'équation en quantités finies correspondante, et que, si celle-ci était connue, on pourrait la différentier n fois dans l'autre sens; aussi, pour établir les formules de transformation, doit-on avant tout supposer que l'équation proposée fait chacune des deux variables fonction de l'autre, hypothèse qui permet de donner une base aux calculs. Mais les incréments des variables qui entrent dans l'une des équations n'étant pas ceux qui entrent dans l'autre, il est impossible de passer de l'une à l'autre, par la considération seule de ces incréments.

Voici comment Taylor parvient à sa formule : il part de la formule de Jacques Bernoulli

$$y_n = y + \frac{n}{1}\,dy + \frac{n(n-1)}{1.2}\,d^2y + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\,d^3y + \ldots;$$

qu'il note seulement autrement; puis, si la variable indépendante x a crû de $n\,dx$, il représente respectivement

$$x, \quad x + dx, \quad x + 2\,dx, \quad \ldots \quad x + n\,dx$$

par

$$x, \quad x + v_n, \quad x + v_{n-1}, \quad \ldots \quad x + v.$$

Il en résulte

$$v = n\,dx, \quad v_1 = (n-1)\,dx, \quad v_2 = (n-2)\,dx, \quad \ldots \quad v_n = dx,$$

ou bien

$$n = \frac{v}{dx}, \quad n-1 = \frac{v_1}{dx}, \quad n-2 = \frac{v_2}{dx}, \quad \ldots,$$

et, en substituant dans la formule de y_n,

$$y_n = y + \frac{v}{1}\,\frac{dy}{dx} + \frac{v.v_1}{1.2}\,\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{v.v_1v_2}{1.2.3}\,\frac{d^3y}{dx^3} + \ldots$$

Taylor transforme encore cette formule d'une façon qu'on peut appeler heureuse, car la démonstration n'est pas possible et, du reste, il n'en donne pas : si l'on suppose que n devienne infini, l'accroissement total v de x restant le même, v_1, v_2, v_3 ... (jusqu'à une certaine limite) peuvent être considérés comme se réduisant à v, et y_n peut être écrit sous la forme

$$y_n = y + \frac{v}{1}\frac{dy}{dx} + \frac{v^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2} + \dots$$

C'est précisément ce que nous appelons la formule de Taylor, que nous écrivons

$$y + k = y + \frac{h}{1}\frac{dy}{dx} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2} + \dots$$

h désignant l'accroissement fini pris par x et k l'accroissement correspondant de y.

Voici la théorie du mouvement d'une corde vibrante telle que la donne Taylor.

Lemme I.

Si deux courbes partent d'un même point de l'axe des x, et que leurs ordonnées, répondant à la même abscisse, soient dans un rapport constant, les courbures de ces deux courbes, aux points correspondants, seront à la fin dans le rapport des ordonnées, lorsque ces ordonnées diminuant indéfiniment, les courbes elles-mêmes se confondront avec l'axe des x.

Taylor donne de ce lemme une démonstration géométrique assez simple, mais qu'il sera préférable de présenter autrement :

la courbure d'une courbe en un de ses points est

$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}};$$

or, aux points de même abscisse, des deux courbes dont il est question, les valeurs de $\frac{d^2y}{dx^2}$ sont précisément dans le rapport même des ordonnées et comme celles de $\frac{dy}{dx}$ tendent toutes deux vers zéro, il en résulte ce qu'il fallait démontrer.

Lemme II.

La force accélératrice qui agit en chaque point d'une corde tendue est comme la courbure de la corde en ce point et est dirigée vers le centre de courbure.

En effet la force qui agit sur un élément de la corde est la résultante des tensions qui s'exercent aux deux extrémités de cet élément; mais ces tensions diffèrent infiniment peu; donc, d'abord, leur résultante est dirigée suivant la bisectrice de leur angle, c'est-à-dire suivant la normale à l'élément. En second lieu, si les tensions sont représentées par les longueurs des tangentes menées aux extrémités de l'élément et terminées à leur point de rencontre, la force cherchée le sera par la diagonale du losange construit sur ces deux tangentes : elle sera donc à la tension dans le rapport de l'élément au rayon de courbure, comme il est facile de le vérifier; mais Taylor le dit sans le démontrer. Quant à la force accélératrice elle-même, elle sera inversement proportionnelle au rayon de courbure.

Théorème I. — La courbe formée par la corde vibrante est à chaque instant telle que la courbure en chacun de ses points est proportionnelle à l'ordonnée; tous les points de la corde viennent en même temps se placer sur l'axe, et les oscillations ont toutes la même durée.

La démonstration se réduit à une vérification.

Soient ds un élément de la corde, y sa distance à l'axe, T sa tension et F la force normale qui tend à ramener l'élément sur l'axe, d'après ce qu'on a vu

$$F = T\frac{ds}{R};$$

mais, par hypothèse,

$$\frac{1}{R} = ky,$$

donc

$$F = kTy\,ds,$$

et la force accélératrice qui agit sur l'élément est

$$j = \frac{F}{k'ds} = k''Ty;$$

mais T peut être regardé comme constant dans toute l'étendue de la corde; d'ailleurs cette corde s'éloignant infiniment peu de l'axe, l'accélération est en chaque point perpendiculaire à cet axe, c'est-à-dire dirigée suivant l'ordonnée y; ainsi les chemins que les éléments de la corde auront à parcourir pour venir se placer sur l'axe seront précisément proportionnels aux accélérations de ces points; par conséquent ils seraient parcourus dans le même temps, si l'accélération restait constante.

En tout cas, les chemins parcourus d'abord sous l'influence de ces accélérations, pendant le premier intervalle de temps infiniment petit, seront proportionnels à ces mêmes accélérations, par conséquent aux ordonnées primitives. Donc les chemins qui resteront encore à parcourir seront proportionnels à ces mêmes ordonnées; par suite les ordonnées de la courbe, dans son ancienne figure et dans sa nouvelle, seront proportionnelles entre elles, donc, par le lemme I, les rayons de courbure des deux courbes, aux points de même abscisse, seront eux-mêmes proportionnels aux ordonnées correspondantes; donc enfin, par le lemme II, les forces accélératrices qui agiront sur les éléments de la nouvelle courbe seront encore proportionnelles aux ordonnées de cette nouvelle courbe et ainsi de suite; donc, en résumé, d'une part la figure affectée par la corde, pendant tout le cours de son mouvement, satisfera constamment aux conditions initiales et tous les points de cette corde viendront en même temps se placer sur l'axe.

Lorsque la corde sera venue se confondre avec l'axe, elle continuera à se mouvoir en vertu de sa vitesse acquise, et prendra, par rapport à cet axe la position symétrique de celle qu'elle occupait d'abord, puis le mouvement se produira en sens inverse, toujours d'après les mêmes lois; et toutes les oscillations auront la même durée.

Proposition II.

Datis longitudine nervi, ejusdem pondere, et pondere tendente, invenire tempus periodicum. C'est-à-dire : connaissant la longueur de la corde, son poids et le poids qui la tend, trouver le temps d'une oscillation.

Soient L la longueur de la corde, N son poids, P le poids qui la tend, ds un de ses éléments, y l'ordonnée et R le rayon de courbure de cet élément, enfin a^2 le produit constant Ry : le poids de l'élément ds sera

$$N \frac{ds}{L}$$

et sa masse

$$\frac{N}{g} \frac{ds}{L};$$

d'un autre côté la force qui le sollicitera sera, d'après le lemme I,

$$F = P \frac{ds}{R},$$

P étant la tension que nous avions appelée T. L'accélération de l'élément ds sera donc

$$j = P \frac{ds}{R} \frac{g}{N} \frac{L}{ds} = \frac{P}{N} g \frac{L}{R},$$

ou encore, en remplaçant R par $\frac{a^2}{y}$,

$$j = \frac{P}{N} \frac{gL}{a^2} y.$$

J'ai jusqu'ici à peu près suivi le texte, ce qui n'a pas été un instant facile, pour toutes sortes de raisons; mais arrivé à ce point la difficulté deviendrait infinie, car le texte même fait défaut. Voici en effet à quoi se réduit l'argumentation de l'auteur : *Sed in funipendulis tempora periodica, sunt in dimidiata ratione longitudinum directè et virium acceleratricium inversè, quare si constituatur pendulum cujusvis longitudinis* D, *erit tempus periodicum nervi ad tempus periodicum istius penduli in dimi-*

diata ratione $\frac{Na^2}{PL}$ *ad* D, *atque numerus vibrationum nervi in tempore unius vibrationis penduli erit* $\frac{D^{\frac{1}{2}}P^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}}{aN^{\frac{1}{2}}}$.

C'est-à-dire : mais dans les pendules à fils les temps périodiques sont dans la demi-raison des longueurs directement et des forces accélératrices inversement. C'est pourquoi, si l'on construit un pendule dont la longueur soit D, le temps périodique de la corde sera à celui du pendule dans le rapport

$$\sqrt{\frac{Na^2}{PLD}},$$

et le nombre des oscillations exécutées par la corde durant une oscillation du pendule sera

$$\sqrt{\frac{DPL}{Na^2}}.$$

Il faut pousser bien loin le désir d'être obscur pour proposer de pareilles démonstrations.

Je ne sais comment Taylor est arrivé à son résultat, mais on peut faire le calcul de la manière suivante :

Nous avons trouvé

$$j = \frac{P}{N}\frac{gL}{a^2}y,$$

l'équation du mouvement est donc

$$-\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{P}{N}\frac{gL}{a^2}y,$$

car d^2y est toujours de signe contraire à celui de y.

Il en résulte que y est de la forme

$$y = A \sin\left(t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right) + B\cos\left(t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right),$$

le temps t étant compté à partir de l'instant où la corde est à l'extrémité de sa course.

Cette équation donne

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\left[A\cos\left(\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right) - B\sin\left(t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right)\right],$$

et comme $\frac{dy}{dt}$ doit être nul à l'époque $t = 0$, il en résulte $A = 0$, ce qui réduit y à

$$y = B\cos\left(t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right).$$

Mais si y_0 est la valeur de y à l'époque $t = 0$, il faudra que $B = y_0$, donc en résumé,

$$y = y_0 \cos\left(t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}}\right).$$

Cela posé, si l'on veut connaître le temps d'une oscillation de la corde, c'est-à-dire le temps que mettra cette corde à passer d'une de ses positions extrêmes à la position symétrique, il faudra faire dans cette dernière équation

$$y = -y_0,$$

d'où

$$t\sqrt{\frac{PgL}{Na^2}} = \pi$$

et

$$t = \pi\sqrt{\frac{Na^2}{PgL}},$$

ce qui justifie l'énoncé bizarre de Taylor, car le temps T d'une oscillation du pendule de longueur D est

$$T = \pi\sqrt{\frac{D}{g}},$$

d'où résulte

$$\frac{T}{t} = \sqrt{\frac{DPL}{Na^2}}.$$

Cette dernière formule ne présente pas un intérêt égal à celui de la précédente $t = \pi\sqrt{\frac{Na^2}{PgL}}$; on pourrait donc s'étonner que Taylor la donnât de préférence. La réponse est facile et curieuse : Taylor n'a pas osé introduire dans son calcul l'accélération g des graves, il n'aurait donc pas pu trouver la valeur de t; mais g entre à la fois dans t et dans T, et il disparaît dans le quotient; c'est ce qui fait qu'on peut à la fois n'en pas parler et ne pas l'omettre : le pendule fait fonction de g.

Nous avons déjà dit que c'est Jean Bernoulli qui a le premier introduit l'accélération des graves dans les calculs et qui a formulé les équations

$$v = gt, \quad e = \frac{1}{2}gt^2.$$

Ainsi, depuis Galilée, les mouvements des astres avaient reçu des lois précises, la Géométrie analytique avait été fondée, l'Algèbre, la Géométrie et la Mécanique avaient fait des progrès immenses, enfin l'Analyse infinitésimale avait déjà reçu de grands développements; mais l'esprit humain avait reculé devant la difficulté bien plus grande, à ce qu'il paraît, de concevoir l'accélération des graves comme une grandeur capable de représentation. — Question d'unités.

Il reste, dit Taylor, à trouver a^2. Il y arrive mais par un calcul fort long, et encore plus obscur, que je n'ai pas approfondi, il trouve

$$a = \frac{L}{\pi}$$

et il en conclut

$$\frac{T}{t} = \pi\sqrt{\frac{D.P}{L.N}}.$$

Comme $T = \pi\sqrt{\frac{D}{g}}$, cette formule donne pour le nombre de vibrations exécutées dans une seconde

$$n = \frac{1}{t} = \sqrt{\frac{g.P}{L.N}}.$$

Il n'est pas étonnant que d'Alembert et Lagrange aient cru devoir soumettre la question à une analyse plus parfaite, mais il n'est que juste de louer Taylor d'être arrivé à un résultat exact avec la sienne ; il a certainement fait preuve d'une grande sagacité, car il faut convenir que plus la méthode est encore imparfaite, plus il y a de mérite à en tirer de bons résultats.

Nous pourrions encore extraire de la seconde partie de la *Methodus incrementorum* les solutions nouvelles d'un grand nombre de questions intéressantes ; mais ces questions ayant été traitées auparavant par Leibniz et les Bernoulli, nous n'y revenons pas.

FAHRENHEIT (DANIEL-GABRIEL).

(Né à Dantzig en 1686, mort en Hollande en 1736.)

Il fut d'abord destiné au commerce et fut envoyé à Amsterdam, en 1701, pour s'y former ; mais ses goûts pour les recherches physiques l'emportèrent. Il fit divers voyages en Angleterre, en France et en Allemagne, mais retourna chaque fois en Hollande, où il vivait dans l'intimité de S'Gravesande et de Boerhave.

Il se fit d'abord remarquer par l'excellence des thermomètres qu'il construisait et qui s'accordaient toujours parfaitement entre eux, ce à quoi l'on était si peu habitué, que beaucoup de Physiciens du temps pensèrent qu'il avait, pour atteindre à ce résultat, un secret particulier, et ne le crurent même pas sur parole, lorsqu'il eut divulgué ses procédés, en 1724, dans les *Transactions philosophiques*.

Fahrenheit, dans la construction de ses thermomètres, employa d'abord l'esprit de vin coloré, comme ses prédécesseurs, mais il se servit ensuite, le premier, du mercure.

On ne sait pas exactement quels points fixes il avait adoptés, ou, du moins, comment il en assurait la fixité. Il en avait du reste trois : la température d'un certain mélange, défini pour lui, de glace, d'eau et de sel ammoniac, qu'il croyait la plus basse qu'on pût obtenir et qui correspondait au zéro de son échelle; celle de la glace fondante, qui correspondait au n° 32; et enfin celle de l'intérieur de la bouche, qui était marquée 96.

Il savait, d'après les travaux d'Amontons, que la température d'ébullition de l'eau est constante, mais il ne se servit pas de cette donnée, probablement parce qu'il y avait reconnu des variations dont il ne savait pas alors se rendre compte. Cette température correspondait à 212° de sa graduation; celle de l'ébullition du mercure était de 600°.

Fahrenheit dressa une table des températures d'ébullition de différents liquides et revint à ce sujet sur celle de l'ébullition de l'eau, qu'il trouva variable avec la pression barométrique, ce qui lui donna l'idée de la construction d'un thermo-baromètre.

C'est à lui aussi qu'on doit la remarque de ce fait singulier que l'eau, maintenue dans un repos absolu, peut supporter jusqu'à un froid de 15° sans se congeler; mais que le moindre ébranlement la fait alors passer instantanément à l'état de glace.

Fahrenheit est aussi connu pour son aréomètre à volume constant. Cet aréomètre est un flotteur en verre surmonté d'une coupelle propre à recevoir des poids, que l'on ajoute en quantité suffisante pour amener l'affleurement en un point fixe marqué sur l'instrument. Les densités de deux liquides dans lesquels on a fait successivement plonger l'aréomètre jusqu'au point d'affleurement sont proportionnelles aux sommes du poids de l'instrument et des poids additionnels qui ont servi à établir l'affleurement au même point.

Il avait aussi imaginé, pour le desséchement des terrains marécageux, une machine dont il avait confié l'achèvement à S'Gravesande; elle ne paraît pas avoir réussi. Enfin il avait conçu l'idée d'un héliostat, qui devait renvoyer la lumière du soleil dans la direction de l'axe du monde. Mais on ne sait s'il le construisit effectivement. Il est possible que S'Gravesande lui ait emprunté l'idée du sien.

Fahrenheit a publié les résultats de ses recherches dans les *Transactions philosophiques* et dans les *Acta eruditorum.*

ANTOINE DE JUSSIEU.

(Né à Lyon en 1686, mort à Paris en 1758.)

Dès sa quatorzième année, il parcourut en herborisant les environs de Lyon, la Bresse, le Bugey, le Forez et une partie du Dauphiné. Il vint à Paris en 1708 et remplaça Tournefort comme professeur de Botanique au Jardin des Plantes. Il indiqua quelques remaniements à faire à la classification de Tournefort, dans un mémoire intitulé : *Nécessité d'un nouvel arrangement des plantes par rapport aux étrangères nouvellement découvertes.* Mais il ne touchait en rien à la méthode de son prédécesseur, qu'il considérait comme suffisamment rationnelle et commode.

Il attira l'attention sur la convenance de mentionner les régions géographiques où prennent naturellement naissance les plantes qu'on ne trouve pas dans tous les pays.

LEROY (JULIEN).

(Né à Tours en 1686, mort à Paris en 1759.)

Les Anglais avaient sur nous une supériorité marquée en Horlogerie; Julien la leur enleva, et Voltaire put dire à l'un des fils de Leroy, peu après la bataille de Fontenoy : « Le maréchal de Saxe et votre père ont battu les Anglais ». Graham, à qui l'on montrait une des montres à répétition de notre horloger, dit : « Je souhaiterais d'être moins âgé, afin de pouvoir en faire une sur ce modèle. » Cependant Leroy estimait beaucoup Graham et importa en France son échappement à cylindre. Il perfectionna le compensateur et inventa les horloges horizontales.

BERNOULLI (NICOLAS, NEVEU DE JACQUES ET JEAN).

(Né à Bâle en 1687, mort en 1759.)

Il professa les Mathématiques à Padoue et fut membre correspondant des principales Académies de l'Europe.

Il a édité l'*Ars conjectandi*, de son oncle Jacques. Une partie de ses mémoires a été jointe aux œuvres de Jean.

C'est Nicolas Bernoulli qui a établi les conditions d'intégrabilité d'une expression présentant la forme naturellement affectée par une différentielle totale, c'est-à-dire d'une expression telle que

$$M\,dx + N\,dy + P\,dz + \dots$$

SIMSON (ROBERT).

(Né en 1687, mort en 1768.)

Il fut nommé, à vingt-deux ans, professeur de Mathématiques au collège de Glasgow et garda cette place jusqu'à sa mort.

Il a laissé : *Deux propositions générales de Pappus, où sont renfermés plusieurs des porismes d'Euclide* (1723); *Note sur l'extraction approximative des racines par le développement en séries* (1735); *Traité des sections coniques* (1735); *Éléments d'Euclide* (1736) et divers Mémoires. Presque toutes ses recherches se rapportent à l'ancienne Géométrie dans laquelle il était très versé.

Il est surtout connu par ses essais de divination des porismes d'Euclide. Voici la définition assez peu claire qu'il en donne : « Le porisme est une proposition dans laquelle on annonce pouvoir déterminer et où l'on détermine effectivement certaines choses ayant une relation indiquée avec des choses fixes et connues et avec des choses variables, celles-ci étant liées entre elles par une ou plusieurs relations connues qui établissent la loi de variation à laquelle elles sont soumises. »

Sa manière de voir, adoptée par M. Chasles, a été contestée par d'autres géomètres.

Il a laissé manuscrite une traduction de Pappus qu'on regrette de ne pas voir publier.

S'GRAVESANDE (GUILLAUME-JACOB).

(Né à Bois-le-Duc en 1688, mort à Leyde en 1742.)

Il débuta, à dix-neuf ans, par un *Essai sur la Perspective* qui mérita les suffrages des géomètres, et se fit remarquer par les comptes rendus des découvertes scientifiques de son temps et par des dissertations philosophiques, insérées dans le *Journal de la République des Lettres*. Nommé professeur à l'université de Leyde, il propagea activement les idées de Galilée et de Newton. Sa Philosophie est un éclectisme extrait des doctrines de Descartes, de Leibniz et de Locke. Ses principaux ouvrages sont : *Physices elementa mathematica experimentis confirmata, sive introductio ad Philosophiam Newtonianam* (La Haye, 1720, 2 vol. in-4°), trad. en français par Joncourt (1737) ; *Philosophiæ Newtonianæ institutiones* (Leyde, 1723), abrégé du précédent;

Introductio ad Philosophiam, Metaphysicam et Logicam (Leyde, 1736), trad. en français par Joncourt (Leyde, 1737); ses *Œuvres philosophiques et mathématiques* ont été réunies et publiées à Amsterdam (1774, 2 vol. in-4°). Ce savant a la gloire d'avoir puissamment contribué au progrès des Sciences physiques, en développant les nouvelles méthodes et en les propageant par un enseignement plein de méthode et de clarté. La Physique et l'Optique doivent à S'Gravesande un grand nombre d'appareils ingénieux pour mettre en évidence les phénomènes les plus généraux. Nous citerons l'anneau qui porte son nom, et qui est si bien approprié à la démonstration expérimentale de la dilatation des solides par la chaleur. C'est un petit anneau métallique dans lequel passe librement, à la température ordinaire, une sphère de même métal, tandis qu'elle est arrêtée par lui lorsqu'on l'a chauffée séparément. C'est à S'Gravesande qu'est due la construction du premier héliostat, peut-être d'après les idées de Fahrenheit; enfin c'est lui qui a considéré le premier d'une manière générale le problème de la Gnomonique et l'a réduit à une question de perspective. La perspective, en effet, du cadran équinoxial, par exemple, observé du sommet du style, fournit les lignes des heures sur une surface quelconque; c'est le problème de la perspective sur un plan quelconque du cadran équinoxial que S'Gravesande se propose et qu'il résout d'une manière générale.

BRAGELONGNE (CHRISTOPHE-BERNARD DE).

(Né à Paris en 1688, mort en 1744.)

Il présenta, en 1711, à l'Académie des Sciences un Mémoire *sur la quadrature des courbes* et fut nommé associé libre de cette Compagnie en 1728. Il avait entrepris un *Examen des lignes du quatrième ordre*, mais il n'eut pas le temps de l'achever; les trois premières parties de cet ouvrage ont été insérées dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*. Il avait été chanoine du chapitre de Brionne et mourut prieur de Lusignan.

DELISLE (JOSEPH-NICOLAS).

(Né à Paris en 1688, mort en 1768.)

Il fit ses premières études astronomiques sous la direction de Lieutaud, astronome de l'Académie, chargé de la rédaction de *la Connaissance des Temps*. Autorisé, en 1710, à habiter le dôme qui surmonte la façade du palais du Luxembourg, il y apporta bientôt quelques instruments; il entra à l'Académie, en 1714, comme élève de Maraldi, et fut nommé peu de temps après professeur au Collège de France. Il donna à cette époque, pour observer les solstices, une méthode que Halley avait déjà proposée, mais qui n'a pas été adoptée. En 1715, l'administration ayant disposé de son logement au Luxembourg, il transporta son observatoire à l'hôtel Taranne. L'éclipse de lune de 1717 lui fournit l'occasion d'appliquer, en le perfectionnant, le micromètre de Lefèvre, où un cheveu mobile le long d'une ligne divisée, qu'il coupe sous un angle variable, marque des divisions qu'on peut faire changer à volonté. Il visita, en 1724, l'Angleterre, où Newton et Halley l'accueillirent avec considération.

Appelé en Russie en 1727 par l'impératrice Catherine, pour y fonder une école d'Astronomie, il y demeura jusqu'en 1747. C'est là qu'il fit ses premières observations et qu'il publia ses ouvrages les plus importants, entre autres : *Mémoires pour servir à l'histoire et au progrès de l'Astronomie, de la Géographie et de la Physique* (1738). On y trouve l'exposition de la première méthode exacte pour déterminer les coordonnées héliocentriques des taches du soleil, et pour obtenir le pôle de rotation de l'astre, dont ses calculs lui donnent d'ailleurs à très peu près la position. C'est aussi de Russie qu'il adressa à D. Cassini ses premières vues, auxquelles il donna plus tard de nouveaux développements, sur l'utilité qu'on pourrait tirer de l'observation des passages de Mercure pour déterminer plus exactement la parallaxe du soleil. On sait que cette méthode, améliorée par Lalande, a été avantageusement appliquée, surtout aux passages de Vénus.

En 1741, l'Académie l'avait déclaré vétéran et l'avait remplacé en ne lui conservant que le titre d'académicien; mais, à son retour, il reçut le titre d'astronome de la Marine avec un traitement de 3,000 livres. A partir de 1747, les Mémoires de l'Académie reçurent de lui un grand nombre de communications. Le passage de Mercure de 1756 lui donna l'occasion d'appliquer la méthode dont il avait fait part à Cassini.

La fin de la carrière de Delisle est marquée par un fait regrettable à tous les points de vue. Son élève Messier, qui a passé sa vie entière à découvrir des comètes, se trouvait naturellement investi de la mission de rechercher celle qu'on attendait en 1759 et dont Halley avait prédit le retour. L'événement attendu tenait en suspens tous les astronomes de l'Europe. Messier aperçut la comète cinquante jours avant son passage au périhélie; mais, par les ordres de Delisle, il garda secrète sa découverte. Les deux complices ne retirèrent d'ailleurs d'autre profit de cet étrange procédé que de priver pendant un grand mois tous les autres astronomes de la connaissance d'un fait qu'ils auraient pu mieux utiliser que les deux maladroits coupables.

Delisle était revenu peu riche de ses voyages; il avait employé ses économies à former son observatoire de l'hôtel de Cluny; il mourut entièrement oublié, et, sans ses deux amis et élèves, Buache et Messier, qui se cotisèrent pour lui faire une sépulture particulière, il eût été jeté dans la fosse commune.

Il avait rapporté de ses voyages une collection considérable de livres, de manuscrits et de cartes; il céda le tout au Dépôt de la Marine. Ses registres d'observations ont été déposés à l'Observatoire. Outre l'ouvrage cité plus haut et un grand nombre de mémoires insérés dans les recueils des Académies de Paris, de Berlin et de Saint-Pétersbourg, on a de lui : *Eclipses circumjovialium, sive immersiones et emersiones quatuor satellitum Jovis ad annos* 1734, 1738 *et menses priores* 1739 (Berlin, 1744, in-4°); *Avertissement aux astronomes sur l'éclipse annulaire du soleil que l'on attend le 25 juin* (Paris, 1748, in-8°).

GAUBIL (ANTOINE).

[Né à Gaillac (Languedoc) en 1689, mort à Pekin en 1759.]

Jésuite; envoyé en Chine en 1723, il y apprit les langues chinoise et mantchoue et devint interprète de la Cour impériale.

Il compulsa la plupart des livres astronomiques des Chinois, calcula et vérifia les éclipses rapportées par eux et résuma ses recherches dans un ouvrage estimé, intitulé : *Traité historique et critique de l'Astronomie chinoise.* Outre des écrits purement historiques ou descriptifs, il a encore laissé un *Traité de la chronologie chinoise.*

Il était membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg et correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

MUSSCHENBROEK (PIERRE VAN)

(Né à Leyde en 1692, mort à Leyde en 1761.)

Il étudia la Philosophie, les Mathématiques et la Médecine à l'Université de Leyde, qui réunissait alors d'éminents professeurs, Gronovius, Le Clerc, S'Gravesande et Boerhave; il se fit recevoir docteur en Médecine en 1715 et se rendit quelque temps après à Londres, où il suivit les leçons de Newton, dont il adopta les idées avec ardeur.

De retour en Allemagne, il prit le diplôme de docteur en philosophie (1719), fut nommé par le roi de Prusse professeur de Philosophie et de Mathématiques à Duisbourg-sur-le-Rhin, s'adonna, à partir de ce moment, à la Philosophie expérimentale (Physique), et acquit bientôt une réputation qui lui valut d'être appelé, en 1723, à l'Université d'Utrecht.

Ce fut là qu'il composa ses principaux ouvrages.

Le roi de Danemark, le roi d'Angleterre et le roi d'Espagne lui firent les offres les plus brillantes pour l'attirer dans leurs États; mais il refusa.

Il retourna, en 1739, à Leyde. Il était membre des Académies des Sciences de Paris, de Saint-Pétersbourg, de Berlin, de Montpellier, de la Société royale de Londres, etc.

« On trouve dans ses ouvrages, dit Condorcet, une longue suite d'expériences bien faites; un grand nombre de faits bien vus et décrits avec exactitude; la description d'appareils d'expérience inventés ou perfectionnés par lui, et surtout une excellente méthode de Philosophie. »

Ce fut lui qui reconnut le premier que la torpille, au lieu d'un venin, dégage de l'électricité.

BRADLEY (JAMES)

(Né à Sherbourn, comté de Glocester en 1692, mort en 1762.)

Il succéda à Keill, en 1721, comme professeur d'Astronomie à Oxford, se fit ordonner prêtre anglican et fut pourvu de divers bénéfices, mais renonça bientôt à ses fonctions pastorales pour se consacrer tout entier à la Science. Il fut reçu membre de la Société royale de Londres en 1718 et succéda, en 1742, à Halley comme astronome royal et directeur de l'Observatoire de Greenwich.

Bradley a enrichi la Science d'une foule d'observations importantes, et Newton l'appelait avec raison le meilleur astronome de son temps. Ses principales découvertes sont celles de la nutation de la ligne des pôles terrestres et de l'aberration des étoiles fixes.

Cette dernière témoigne d'un génie aussi étendu que pénétrant. Rœmer venait de déterminer la vitesse de la lumière; celle de la terre dans son orbite est bien inférieure, mais elle lui est cependant comparable; Bradley comprit que la direction dans laquelle nous voyons une étoile n'est pas celle dans laquelle nous la verrions si nous étions en repos, mais bien celle de la diagonale du parallélogramme construit sur la vitesse de la lumière, venue de l'étoile, et la vitesse de l'observateur, prise en sens contraire.

La lumière qui nous vient d'une même étoile a une direction absolument fixe, tandis que la vitesse de la terre prend successivement celles de toutes les tangentes à son orbite. Il en résulte que la situation apparente d'une étoile dans le ciel doit décrire une petite ellipse, d'ailleurs facile à déterminer, autour de sa position réelle. L'observation justifia complètement cette ingénieuse et savante théorie, qui, réciproquement, devait fournir les moyens de corriger toutes les observations des erreurs dues au mouvement de la Terre.

Voici dans quelles circonstances se fit cette mémorable découverte : Hooke, Picard, Flamsteed, Cassini, Manfredi et d'autres avaient déjà constaté quelques déplacements apparents de diverses étoiles, entre autres γ du Dragon, mais ils n'avaient su relier les faits par aucune théorie.

Un astronome amateur, Samuel Molineux, ami de Bradley, avait fait établir chez lui, à Kew, près de Londres, un petit observatoire et l'avait muni d'instruments construits par Graham. Bradley se trouvant chez Molineux, un jour de décembre 1725, voulut, pour essayer les instruments, vérifier les assertions publiées par Hooke peu de temps auparavant, et il dirigea la lunette vers la même étoile γ du Dragon que Hooke avait observée. Les deux amis constatèrent un nouveau déplacement de cette étoile, la suivirent ensuite pendant près d'une année et purent se rendre compte de la régularité de son mouvement.

Molineux étant mort peu de temps après, Bradley poursuivit seul les observations à Wanstead, dans le comté d'Essex, étudia le phénomène pendant une nouvelle année, de 1727 à 1728, et enfin en trouva l'explication complète. Il donna cette explication dans une lettre adressée à Halley, qui parut dans les *Transactions philosophiques* pour 1728. Voici le passage le plus saillant de cette lettre :

« Une lunette ne donne la véritable position d'une étoile que si le mouvement de la Terre a lieu dans la direction où se trouve cette étoile. Dans tout autre cas, la lunette doit être inclinée dans le sens du mouvement de la Terre, pour que la lumière envoyée par l'étoile puisse parcourir l'axe optique de l'instrument. Sa déviation est maximum lorsque la Terre se meut perpendiculairement à la direction dans laquelle se trouve l'étoile. Comme le mouvement annuel de la Terre change à chaque instant de direction, la lunette doit aussi tourner autour de la direction dans laquelle se trouve réellement l'étoile, et tout se passe comme si c'était l'étoile qui tournât autour de sa position moyenne apparente. Si la vitesse de translation de la Terre était négligeable devant celle de la lumière, le phénomène n'aurait pas lieu, mais, puisqu'il s'observe, c'est que les deux vitesses sont comparables. »

C'est à Greenwich que Bradley acheva ses longues études sur la nutation de l'axe de la Terre, qu'il avait entreprises dès 1727, mais qu'il ne jugea complètes qu'en 1748.

Bradley a dressé des tables des satellites de Jupiter, mesuré le diamètre de Vénus, établi une formule empirique pour le calcul des réfractions atmosphériques, favorisé l'introduction du calendrier Grégorien en Angleterre et laissé 13 volumes in-folio d'observations.

Il était aussi désintéressé que savant et assidu. La reine désirant augmenter son traitement, il supplia qu'on n'en fît rien, disant : « Si la place d'astronome royal valait quelque chose, on ne la donnerait plus à des astronomes. »

FERRACINO (BARTHÉLEMY)

(Né à Solagha, près de Bassano, en 1692, mort en 1777.)

Fils de pauvres artisans, il travaillait avec sa famille au sciage du bois lorsqu'il imagina, pour abréger le travail, une machine à scier les planches, qui était mise en activité par le vent. Il construisit l'horloge de Saint-Marc, à Venise, le pont de bois sur la Brenta à Bassano, la voûte de la Grande Salle à Padoue et une machine hydraulique pour préserver la ville de Trente des inondations.

Il ne put jamais apprendre à lire. La ville de Bassano a fait élever un monument en son honneur.

Un de ses compatriotes a laissé sur sa vie et ses travaux une note intitulée : *Vita e machine di Bartholomeo Ferracino, celebre ingeniero Bassanese* (Venise, 1763).

HARRISON (JOHN)

[Né à Foulby (Yorkshire) en 1693, mort à Londres en 1776.]

Son père était charpentier à Foulby; John l'aidait dans ses travaux, mais occupait ses loisirs à l'étude des *Leçons de Physique* de Saunderson. Il n'avait pas encore quitté son village lorsqu'il imagina, vers 1725, de rechercher la compensation d'un pendule dans la combinaison de tiges de laiton et de fer alternativement fixées par le bas et par le haut, et dont les dilatations, en sens contraires devaient compenser celle de la tige principale du pendule, suspendue par le haut.

Il vint à Londres en 1728 et se fit présenter à Halley. Le célèbre directeur de Greenwich le recommanda à Graham, qui avait antérieurement imaginé et appliqué un mode de compensation moins avantageux, mais qui, reconnaissant aussitôt la supériorité de celui qu'on lui présentait, trouva le moyen de se recommander à la postérité, à laquelle, sans doute, il ne songeait guère, par un acte de désintéressement aussi rare que méritoire. Il abandonna son système pour recommander celui de Harrison et le mettre en application. L'histoire des Sciences présente d'autres traits analogues.

Le problème de la détermination des longitudes en mer était posé depuis longtemps; Harrison pensait avoir donné aux horloges une suffisante régularité pour que l'on pût regarder la question comme résolue. Il fit part de ses prétentions au prix qui était offert, à Halley, à Bradley et à d'autres savants capables de juger des résultats auxquels il était parvenu, et fit le voyage de Portsmouth à Lisbonne et de Lisbonne à Portsmouth, sans que son *time keeper* (garde temps) subît la moindre variation.

Il obtint, en 1737, du *Board of longitude* une subvention pour continuer ses essais, s'établit à Londres, et obtint, en 1749, la médaille de Copley, de la *Société royale*, pour de nouveaux perfectionnements apportés à son invention.

Mais ce n'est qu'en 1758 qu'il présenta au Parlement son dernier modèle d'horloge, en demandant qu'il fût soumis aux épreuves prescrites. On lui accorda un prix de 2,500 livres sterling et 5,000 livres pour la divulgation de son procédé.

Après de nouveaux essais accomplis en 1764, sous la direction de son fils, le Parlement lui fit donner encore 10,000 livres sterling.

Par le même arrêté, le Gouvernement anglais accordait 3,000 livres sterling à Euler, pour les perfectionnements apportés par lui à la théorie de la lune et 3,000 livres aux héritiers de Tobie Mayer, pour ses tables de notre satellite.

PEYSSONNEL

(Né à Marseille en 1694, mort en 1759.)

Il est l'auteur de cette importante découverte que les coraux, les madrépores, les éponges, etc., qu'on avait considérés jusqu'alors tantôt comme des pierres, tantôt comme des plantes, sont de véritables animaux. Il étudia d'abord le corail, et reconnut que ce qu'on croyait être des fleurs de cette prétendue plante, sont des insectes pourvus de membres et doués de mouvement. « Ainsi, dit Buffon, en parlant de la découverte de Peyssonnel, les plantes marines que l'on avait d'abord mises au rang des minéraux, ont ensuite passé dans la classe des végétaux, et sont enfin demeurés, pour toujours, dans celle des animaux. »

BRANDT (GEORGES)

(Né à Suide en 1694, mort en 1768.)

Il isola le cobalt et l'arsenic, et les rangea parmi les métaux. Les communications qu'il a fait insérer dans les *Mémoires de l'Académie d'Upsal,* ont contribué à faire entrer la Chimie dans la voie où elle devait devenir une vraie Science.

PEMBERTON (HENRI)

(Né à Londres en 1694, mort en 1771.)

Professeur de Médecine au collège Gresham d'Oxford. Lié intimement avec Newton, il l'aida dans la préparation de la seconde édition de ses *Principes* (1726), et en donna, sous le titre : *A view of sir Isaac Newton Philosophy*, un commentaire général destiné à faciliter la lecture de l'œuvre principale de son illustre ami ; cette sorte d'introduction a été traduite en français sous le titre : *Éléments de la Philosophie Newtonienne* (Amsterdam, 1755).

Pemberton fut élu membre de la Société royale de Londres, en 1720.

BERNOULLI (NICOLAS II)

(Né en 1695, mort en 1726.)

Fils de Jean. Sa carrière, trop courte, fut remplie par des recherches relatives au problème des trajectoires orthogonales ou obliques dont il écrivit l'histoire, et par une polémique ardente avec Taylor, qui, à propos du même problème, s'était permis des observations déplacées à l'égard de Leibniz et de Jean Bernoulli.

Les ouvrages de Nicolas II ont été joints à ceux de son père, dans l'édition de 1742.

STIRLING (JAMES)

(Né en Angleterre en 1696, mort en 1770.)

Il donna en 1717, sous le titre de : *Lineæ tertii ordinis Neuto-*

nianæ, sive illustratio tractatus D. Neutoni de enumeratione linearum tertii ordinis, un savant commentaire du résumé qu'avait laissé Newton de ses recherches sur la Géométrie mixte; il ajouta deux nouveaux genres aux soixante-douze que Newton avait reconnus parmi les courbes du troisième ordre; de Gua a restitué les quatre derniers. Le principal ouvrage de Stirling est sa *Methodus differentialis seu de summatione et interpolatione serierum*, qu'il publia à Rome en 1730, et dont il donna une nouvelle édition en 1764. La première partie de cet ouvrage a pour objet la sommation des suites dans lesquelles chaque terme est formé du précédent, multiplié par une fonction rationnelle de son rang. Un grand nombre des résultats sont fort intéressants; mais les cas où la méthode réussit sont trop exceptionnels pour que nous y insistions beaucoup. L'auteur suppose que la relation d'un terme au précédent soit de l'une des formes

$$A + Bz + Cz(z-1) + Dz(z-1)(z-2) + \ldots$$

ou

$$A' + \frac{B'}{z} + \frac{C'}{z(z+1)} + \frac{D'}{z(z+1)(z+2)} + \ldots,$$

z désignant le rang du terme à former, augmenté ou diminué d'une constante, et il trouve que la somme des termes de la suite, à partir de celui dont le nom correspond à la valeur qu'on donne à z, est

$$Az + (z+1)\left[\frac{1}{2}Bz + \frac{1}{3}Cz(z-1) + \frac{1}{4}Dz(z-1)(z-2) + \ldots\right]$$

ou

$$\frac{A'}{z} + \frac{1}{2}\frac{B'}{z(z+1)} + \frac{1}{3}\frac{C'}{z(z+1)(z+2)} + \frac{1}{4}\frac{D}{z(z+1)(z+2)(z+3)} + \ldots;$$

de sorte que, lorsque la formule de relation s'exprimant par un nombre fini de termes, il en est de même de la somme de tous les termes, à partir de celui dont le rang correspond à la valeur attribuée à z. Ces recherches présentent quelque utilité dans certaines questions spéciales dépendant du Calcul des probabilités; mais elles ne sauraient faire partie de la doctrine générale.

La seconde partie de l'ouvrage de Stirling a pour objet l'interpolation des séries, c'est-à-dire l'intercalation, entre les termes successifs d'une série donnée numériquement, d'autres termes qui puissent être regardés comme formés suivant la loi selon laquelle procède cette série. C'est la question que Wallis a eu à traiter pour parvenir à sa formule de la valeur du rapport de la circonférence au diamètre, et qu'il a résolue avec tant de sagacité.

La question revient à déterminer la courbe dont les ordonnées, correspondant à des abscisses équidistantes, par exemple, auraient pour valeurs les termes de la série donnée. Elle n'est susceptible d'une solution exacte qu'autant que les différences des termes de cette série deviennent nulles à partir d'un certain ordre. Dans ce cas particulier, la courbe interpolatrice est une parabole du degré marqué par l'ordre des différences qui s'annulent, diminué d'une unité. Dans le cas général, Stirling représente l'ordonnée de la courbe cherchée par une série de la forme

$$A + Bz + Cz(z-1) + Dz(z-1)(z-2) + \ldots,$$

dont les coefficients A, B, C, D,..., doivent être calculés de manière qu'en donnant successivement à z les valeurs 0, 1, 2, 3..., on trouve le premier, le second, le troisième, etc., terme de la série donnée. Le calcul successif de ces coefficients est évidemment de la dernière facilité.

BEVIS

(Né en 1696, mort en 1771.)

Docteur en Médecine, astronome et membre de la Société royale de Londres, il ajouta des suppléments aux *Tables de Halley*, et perfectionna la théorie des satellites de Jupiter.

ALBINUS

(Né à Francfort-sur-l'Oder en 1697, mort en 1770.)

Élève de Boerhaave et professeur d'Anatomie à Leyde; on le regarde comme le plus grand anatomiste du dix-huitième siècle. Il a publié en 1726 une *Ostéologie*, où il donnait pour la première fois de bonnes descriptions des os du carpe et de l'articulation de la mâchoire inférieure; en 1734, une *Histoire des muscles*, où il s'occupait le premier du mode et des lieux d'insertion des tendons sur les muscles; enfin un travail entièrement nouveau sur les artères et les veines des intestins chez l'homme. Les planches gravées qui accompagnent ses ouvrages ont été admirées pour leur exactitude.

Albinus s'est le premier préoccupé de recherches sur la formation des os, et a fait à ce sujet de remarquables observations.

SARRABAT (NICOLAS)

(Né à Lyon en 1698, mort à Paris en 1737.)

Jésuite et professeur de Mathématiques à Marseille. Il est l'auteur d'un ouvrage remarquable pour l'époque, intitulé : *Disser-*

tation sur la circulation de la sève dans les plantes (1733). Les *Mémoires de Trévoux* contiennent de lui plusieurs communications relatives à la Physique.

DU FAY (CHARLES-FRANÇOIS DE CISTERNAY)

(Né à Paris en 1698, mort en 1739.)

Nommé, à 14 ans, lieutenant au régiment de Picardie, il ne songea que fort peu à ses fonctions et s'occupa exclusivement de recherches scientifiques. Il s'occupa d'abord de Chimie et c'est en effet comme chimiste qu'il entra à l'Académie des Sciences, en 1733.

Mais c'est surtout à ses découvertes dans le domaine de l'électricité qu'il doit son illustration. Il distingua l'une de l'autre les deux électricités, qui, depuis lui, ont porté les noms d'électricité vitrée et d'électricité résineuse; il fit de nombreuses expériences sur les effets de l'électricité transmise au corps humain, etc.

Nommé à l'intendance du Jardin du roi (Jardin des Plantes) qui était tombé dans le plus grand désarroi, il le réorganisa entièrement et désigna, pour lui succéder, Buffon, alors tout jeune et à peine connu pour quelques mémoires présentés à l'Académie.

FIN DE LA SEPTIÈME PARTIE.

TABLE ALPHABÉTIQUE.

WELLESLEY COLLEGE LIBRARY
3 5002 03155 3899